A FOTON 100 ÉVE

I. Kezdő lépések és néhány fejlemény.

Varró Sándor

MTA SZFKI, 1525 Budapest Pf. 49, e-mail : varro@sunserv.kfki.hu

Jánossy Mihály emlékének

1. Bevezetés.

1905. március 18-án érkezett be az Annalen der Physik szerkesztőségébe Albert Einstein "Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt" (A fény keletkezésére és átalakulására vonatkozó heurisztikus nézőpontról) című dolgozata [1], amelyben arra a következtetésre jut, hogy „Kis sűrűségű (a Wien-féle sugárzási képlet érvényességi tartományán belül) monokromatikus sugárzás hőelméleti szempontból úgy viselkedik, mintha $R\beta\nu/N$ nagyságú, egymástól független energiakvantumokból állna.". Ezt a kijelentést szokás – kissé felületesen – úgy fogalmazni, hogy a sugárzás Einstein szerint $h\nu$ energiájú fénykvantumokból ("Lichtquanten", "light quanta"), mai szóhasználattal, fotonokból áll. Itt ν a sugárzás tekintett komponensének frekvenciája, az $R\beta/N$ mennyiség pedig a h Planck-féle hatáskvantummal egyenlő. A "photon" kifejezést először G. N. Lewis [7] publikálta 1926-ban, ő azonban a fotonokat az akkori szokásos értelemben vett elemi részecskéknek tekintette, amelyek száma – mint arra már a cikk címe is utal – állandó, és amelyek fényabszorpció esetén az atomhoz kötődnek, kisugárzáskor pedig elhagyják az atomot. Ez a fotonfogalom nem egyezik a később kialakult kvantumtérelméleti fogalommal, azonban maga a szó, találó rövidsége miatt széleskörűen használatossá vált, hasonlóan a "phonon", "plasmon", "exciton", "magnon", stb. elnevezésekhez. Einstein fénykvantum-hipotézise igen hasznosnak bizonyult számos kísérleti eredmény értelmezésében (lásd pl. fémfelületek fotoelektron emissziója, gázok fotoionizációja, Stokes-szabály a fotolumineszcenciánál, Compton-effektus), és egyben a modern sugárzáselmélet kialakulásában is fontos szerepet játszott.

Szintén 1905-ben, május 11-én érkezett be ugyanahhoz a folyóirathoz az „Über die von der molekularkinetischen Theorie der Wärme geforderte Bewegung von in ruhenden Flüssigkeiten suspendierten Teilchen" (Nyugvó folyadékokban szuszpendált részecskéknek a hő molekuláris elméletéből következő mozgásáról) című közlemény [2], amelyben Einstein a statisztikus módszer alkalmazásával kísérletileg közvetlenül ellenőrizhető elméleti eredményeket származtat a már régóta ismert Brown-féle mozgás kvantitatív jellemzésére. Ezzel, amellett hogy az anyag atomos szerkezetének közvetlen bizonyításához nagymértékben hozzájárult, egyben a sztohasztikus folyamatok elméletében is jelentős lépést tett. A cikkben meghatározza a folyadékban lebegő gömbszerűnek feltételezett kolloid részecskék diffúziós együtthatóját ($D = kT/6\pi\eta\ r$, ahol T az abszolút hőmérséklet, η a folyadék viszkozitása, és r a gömb sugara), majd a részecskék átlagos elmozdulásának mértékét, $\lambda_x = \sqrt{\overline{x^2}} = \sqrt{2Dt}$, amely az eltelt t idő négyzetgyökével arányos. Mint a bevezetésben írja „Ha az itt tárgyalt mozgás és ennek várható törvényszerűségei valóban megfigyelhetők, úgy a klasszikus termodinamika már mikroszkóppal megfigyelhető méretű térrészekre sem tekinthető pontosan érvényesnek, s lehetségessé válik az atom pontos nagyságának meghatározása. Ha azonban következtetéseink helytelennek bizonyulnának, ez súlyos érv lenne a hőnek molekulák mozgásaként való felfogása ellen." Elméletét egy további, ugyanebben az évben megjelent cikkében [5] továbbfejleszti. Az elmozdulásra vonatkozó „$\sqrt{t}$ törvényt " J. B. Perrin (1870-1942) nemsokára nagy pontossággal kísérletileg is igazolta. Perrin 1926-ban Fizikai Nobel Díjat kapott „az anyag diszkrét szerkezetére vonatkozó munkájáért, különös tekintettel a szedimentációs egyensúly felfedezéséért".

1905. június 30-án érkezett be az Annalen der Physik-hez Einstein "Zur Elektrodynamik bewegter Körper" (A mozgó testek elektrodinamikájához) című cikke[3], amelyben kifejtette a speciális relativitáselmélet alapjait, s ezzel egyben az évszázadokon át uralkodó abszolút tér és idő Newton-i koncepciójának tarthatatlansága, valamint a Világmindenséget kitöltő közeg, a hipotetikus "éter" feladása mellett súlyos érveket sorakoztatott fel, sőt tudatosan szakított ezekkel a koncepciókkal. A relativitás elve, valamint a fénysebesség állandóságának elve alapján származtatta a téridő koordináták és az elektrodinamikai mennyiségek transzformációs szabályait, a Lorentz-transzformáció formuláit. A szeptember 27-én beérkezett ezt követő cikkében [4] teljes általánosságban kimondja a testek tehetetlen tömegének és energiatartalmának ekvivalenciáját, a híres "$E = mc^2$" összefüggésnek megfelelően : "Ha egy test sugárzás alakjában L energiát ad le, tömege L/V^2-tel csökken. Nyilvánvalóan lényegtelen, hogy a testtől elvett energia éppen sugárzási energiává alakul, úgyhogy az alábbi általánosabb következtetésre jutunk : A testek tömege energiatartalmuknak mértéke; ha az energiájuk L-el változik, tömegük ugyanolyan értelemben $L/9\cdot 10^{20}$-nal változik, ha az energiát ergben a tömeget pedig grammban mérjük." Meg kell jegyeznünk, hogy ezek az eredményeket Lorentz és Poincaré munkái már tartalmazták. A relativitáselmélet kialakulásával kapcsolatban Simonyi Károly kitűnő könyvében [8] idéz Whittaker szintén kitűnő könyvéből [9] : "Ugyanannak az évnek az őszén, az Annalen der Physik ugyanazon kötetében, amelyben a Brown-mozgásra vonatkozó cikke megjelent, Einstein publikált egy cikket, amelyben Poincaré és Lorentz relativitáselméletét fejti ki némi kiegészítéssel, s amely nagy figyelmet keltett". Einstein szerint ugyanakkor : "Ha az ember a relativitáselmélet múltjára visszatekint, nem lehet kétsége az iránt, hogy 1905-ben már megérett arra, hogy színre lépjen. Lorentz már tudta, hogy a Maxwell-egyenletekhez meghatározott transzformációk tartoznak, amelyek azóta az ő nevét viselik, és Poincaré elmélyítette ezeket az ideákat. Lorentz alapvető munkáját, amely 1895-ben jelent meg, ismertem, de a későbbi munkáját és Poincaré ezzel kapcsolatos vizsgálatait nem. Ilyen vonatkozásban munkám önálló volt. Az új benne a következőből áll. A Lorentz-transzformációt én nem az elektrodinamikából, hanem általános megfontolásokból vezettem le."

Kétségtelen, hogy 1905-ben Einstein olyan korszakalkotóan új elképzeléseket és elméleti eredményeket fejtett ki a fent idézett közleményeiben, amelyek a fizika három nagy területén alapvető fontosságúak [10]. Ezek a munkák nemcsak a fizika fejlődésében, hanem napjaink természettudományos világképének kialakulásában is jelentős szerepet játszottak. A fénykvantumok hipotézisének megfogalmazása, a Brown-mozgás elméletének kidolgozása, valamint a speciális relativitáselmélet alapjainak lerakása olyan tudományos teljesítmény, amelynek alapján joggal nevezhetjük 1905-öt – Newton 1666-os "annus mirabilis"-éhez hasonlóan – Einstein "csodálatos évének". 2005-ben, a Fizika Nemzetközi Évében Einstein halálának ötvenedik évfordulóján e korszakalkotó eredmények 100 évvel ezelőtti megjelenését is ünnepeljük.

A jelen dolgozatban a fent említett három témakör közül az elsővel foglalkozunk. Először a Planck-féle hatáskvantum bevezetésének hátterét mutatjuk be, majd a fénykvantumok létezésére utaló eredeti Einstein-féle érvelés felidézése után a fény természetére vonatkozó modern elképzelések történetét tekintjük át. A múlt század első felében közölt – esetenként ma már kevésbé ismert, ugyanakkor változatlanul érdekes – eredmény ismertetésén túl megkíséreljük néhány újabb fejlemény bemutatását is.

2. A Planck-féle hatáskvantum felfedezése.

A 19. század második felében a fizikát is *alapjaiban* lezártnak tekintették, azonban Max Planck felfedezése olyan folyamatot indított el, nevezetesen a kvantumfizika kialakulását, melynek során ezek – a természetleírásban korábban jól működő – alapok nagymértékben megváltoztak. Planck érdeklődése az univerzális törvények iránt már kezdettől fogva meghatározta elméleti fizikai tevékenységét. A fekete test hőmérsékleti sugárzása, röviden : *fekete sugárzás*, tanulmányozásához is annak univerzális tulajdonságai vonzották. Mivel Einstein öt évvel később a fénykvantumok létezésének hipotézisét szintén a fekete sugárzás termodinamikai elemzésére alapozta, s ehhez a fénykvantumokkal kapcsolatos későbbi vizsgálataiban többször is visszatért, nem kerülhetjük meg Planck ezzel kapcsolatos korszakalkotó munkájának rövid összefoglalását [11].

A tapasztalat és a klasszikus fizika szerint bármely az abszolút nulla foknál magasabb hőmérsékletű test elektromágneses sugárzást bocsájt ki, s a környezetéből sugárzást nyelhet el. Ez a sugárzás általában végtelen sok különböző frekvenciájú komponensből áll, melyek mindegyikéhez két független polarizáció tartozik. Ha a test termikus egyensúlyban van környezetével, valamint anyaga homogén és izotróp, akkor – kissé vázlatosan fogalmazva – a test belsejében és a felszínén is mindenütt az e komponensekre vonatkozó emissziós és abszorpciós képesség aránya az anyagi minőségtől független, s megegyezik az abszolút fekete test emissziós képességével, amely csak a T abszolút hőmérséklettől és a ν frekvenciától függ. Az u_ν spektrális energiasűrűség – amely a sugárzási energia (ν , $\nu + d\nu$) frekvenciaközbe és egységnyi térfogatba jutó hányada – függhet az anyagi minőségtől. Általános megfontolások alapján azonban belátható [12], hogy két termikus egyensúlyban lévő tetszőleges K és K' test közös határfelületén áthaladva fennáll a $c^3 u_\nu = c'^3 u'_\nu$ invariancia tulajdonság, ahol c és c' a sugárzás megfelelő terjedési sebességei. Tehát ha egy fekete test egy tükröző falú üregbe zárt vákuumbeli sugárzással van egyensúlyban, akkor u_ν univerzális függvény, mivel most c éppen a vákuumbeli fénysebesség, ami természeti állandó. Bebizonyítható továbbá, hogy egy adott színre (frekvenciára) átlátszó közegben a sugárzás e komponense tetszésszerinti intenzitás mellett termikus egyensúlyban lehet a környezetével. Egy teljesen tükröző falakkal határolt vákuumban (“Hohlraum”-ban = üregben) tehát bármilyen sugárzási állapot termikus egyensúlyban lehet, azonban ezek az egyensúlyi helyzetek általában nem stabilak. Ha az üregbe egy kis darab ponderábilis anyagot (egy fekete testet , pl. egy széndarabot) juttatunk, amely egyik színre sem átlászó akkor a termikus egyensúly elérése folyamán a vákuumbeli sugárzás spektrális eloszlása átrendeződik a fekete test sugárzási spektrumává. Az átrendeződés során az üregben lévő teljes sugárzási energia lényegesen nem változik, a széndarabka csak iniciáló szerepet tölt be. Ez hasonló például ahhoz, amikor egy túltelített gőz kondenzációját egy kis folyadékcsepp indítja el, és a rendszer gyakorlatilag változatlan energiával egy maximális entrópiájú stabil állapotba kerül. A fentiek szerint tehát az ilyen üregbe zárt sugárzás *fekete sugárzás, amelynek* $u_\nu = u(\nu, T)$ *spektrális energiasűrűsége a frekvencia és az abszolút hőmérséklet univerzális függvénye*. Általános esetben az üregsugárzás mindegyik komponenséhez tartozik valamilyen s_ν spektrális entrópiasűrűség, következésképpen egy $(\partial s_\nu / \partial u_\nu)^{-1} = T_\nu$ abszolút hőmérséklet is [12]. A fekete sugárzásra pont az a jellemző, hogy mindegyik spektrális kompones egyazon közös hőmérsékleten van. A klasszikus fizika két utolsó, a kísérletekkel összhangban lévő, kvantitatív eredménye a fekete sugárzásra vonatkozóan a Stefan-Boltzmann törvény (1879,

1884) és a Wien-féle eltolódási törvény (1893), amelyek mindegyikét termodinamikai megfontolások és a sugárnyomásra, valamint a Doppler-effektusra vonatkozó elektrodinamikai eredmények segítségével vezettek le. A spektrális energia frekvenciafüggésére azonban számtalan próbálkozás ellenére sem sikerült olyan formulát levezetni amely a teljes frekvenciatartományban pontosan visszaadta volna a kísérleti eredményeket.

Tekintettel arra, hogy a fekete sugárzás spektruma nem függ annak az anyagi rendszernek a minőségétől amellyel egyensúlyban van, ezt a rendszert tetszőlegesen modellezhetjük. Planck olyan lineáris oszcillátorsokaságot választott, amely elemeinek sajátfrekvenciái lefedik a teljes spektrumot, a sugárzás bármely komponensével rezonanciába kerülhetnek. Klasszikus elektrodinamikai megfontolásokkal bebizonyította [13], hogy ezekkel a rezonátorokkal egyensúlyban lévő sugárzás spektrális sűrűsége $u(\nu,T)=Z_\nu U_1(\nu,T)$, ahol $Z_\nu = 8\pi\nu^2/c^3$ és U_1 egy oszcillátor átlagos energiája. Érdekes, hogy Z_ν történetesen megegyezik az üregsugárzás módussűrűségével (ha az üreg lineáris méretei sokkal nagyobbak a vizsgált hullámhosszaknál). Planck az $U\equiv U_1$ mennyiség helyes meghatározásához a termikus egyensúlyban lévő sokaság entrópiájának tanulmányozásán keresztül jutott el a következőképpen [11]. Nyilván N oszcillátor átlagos energiája $U_N = NU$, hasonlóan a megfelelő entrópia $S_N = NS_1$. A Wien-féle eltolódási törvény alapján belátható, hogy S_1 szükségképpen a következő alakú; $S_1 = f(U/\nu)$, ahol f univerzális függvény. Mármost az oszcillátorsokaság adott makroállapotának entrópiája Boltzmann alapvető törvénye szerint kifejezhető a W termodinamikai valószínűség logaritmusával, $S_N = k\log W_N$. Esetünkben W azon mikroállapotok, "komplexiók" száma amelyek mindegyikéhez U_N összenergia tartozik. Planck forradalmian új gondolata az volt, hogy az összenergiát nem végtelenül osztható folytonos mennyiségnek tekintette, hanem véges egész számú ε energiaelemekből felépülő diszkrét mennyiségnek : $U_N = NU = P\varepsilon$. Az energiaelemek egyrészt nem különböztethetők meg egymástól, másrészt az elemek többször is felhasználhatók a kombinációk képzésénél, ezért $W_{N,P} = N(N+1)(N+2)...(N+P-1)/P!$, vagy $W_{N,P} = (N+P-1)!/(N-1)!P!$. Felhasználva az $N! \approx (N/e)^N$ Stirling-formulát, az egy oszcillátorra jutó entrópia

$$S_1 = k[(1+U/\varepsilon)\log(1+U/\varepsilon) - (U/\varepsilon)\log(U/\varepsilon)], \qquad (2.1)$$

ahol figyelembevettük, hogy $P/N = U/\varepsilon$. Az egy oszcillátorra jutó entrópia $S_1 = f(U/\nu)$ alakú univerzális függvény, tehát ε-nak arányosnak kell lennie a frekvenciával; $\varepsilon = h\nu$. Az arányossági tényező alapvető természeti állandó, a Planck-féle h hatáskvantum. Az általános $dS_1/dU = 1/T$ termodinamikai összefüggés segítségével mostmár U-t és u-t is kifejezhetjük mint ν és T függvényét,

$$U = \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT}-1} = \bar{n}h\nu\,, \quad \bar{n} = \frac{1}{e^{h\nu/kT}-1}\,, \quad u_\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}\frac{h\nu}{e^{h\nu/kT}-1} = Z_\nu \bar{n}h\nu\,, \quad Z_\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}\,, \qquad (2.2)$$

ahol $\bar{n}$ az egy oszcillátorra jutó kvantumok átlagos száma. A fenti Planck-féle formula (a (2.2) egyenlet harmadik egyenlősége) Rubens és Kurlbaum [14], valamint Lummer és Pringsheim [15] nagypontosságú kísérleti eredményeivel kiváló egyezést mutatott. Az u_ν spektrális sűrűséget a frekvenciák szerint kiintegrálva kiadódik a Stefan-Boltzmann törvény $u=\sigma T^4$, ahol $\sigma = 8\pi^5 k^4/15c^3h^3$. Ha kiszámoljuk, hogy a spektrális sűrűség melyik λ_m hullámhossznál veszi fel a maximális értékét, akkor a következőt kapjuk; $ch/k\lambda_m T = b = const$, ahol b kielégíti az $e^{-b} + b/5 - 1 = 0$ transzcendens egyenletet, melynek megoldása $b = 4.965....$ A σ Stefan-Boltzmann-állandó és a Wien-féle eltolódási törvény $\lambda_m T$ állandójának kísérleti értékeiből meghatározható a Boltzmann-állandó $k = 1.381 \times 10^{-16} erg/K$, és a Planck-féle állandó $h = 6.626 \times 10^{-27} erg/s$. A kvantumhipotézist eleinte sokan nem értékelték kellőképpen, holott a kísérleti eredményekkel való teljes egyezés igen súlyos érv volt mellette. Jeans, a nagy riválís, 1904-ben írt könyvében még nem is tud róla, Lorentz 1909-ben szemrehányást tesz Plancknak, hogy tulajdonképpen nem ad magyarázatot a kiinduló feltevések jogosságára vonatkozóan [8]. Mindenesetre az $\varepsilon = h\nu$ kvantumhipotézis elindította a kvantumfizika kialakulását. 1919-ben Planck Fizikai Nobel Díjat kapott "az energiakvantumok felfedezésével a Fizika haladásáért nyújtott szolgálatai elismeréseként".

Idekívánkoznak még a következő megjegyzések. Ha egy oszcillátorra n kvantum jut, akkor a többi $N-1$ oszcillátorra $P-n$ jut, s ezeket $W_{N-1,P-n} = (N-2+P-n)!/(N-2)!(P-n)!$ féleképpen rendezhetjük el. Természetes a sokaság egy adott oszcillátorának $nh\nu$ energiájú állapotához a $p_n = W_{N-1,P-n}/W_{N,P}$ betöltöttségi valószínűséget rendelni. Rövid számolással adódik

$$p_n = \frac{1}{1+\bar{n}}\left(\frac{\bar{n}}{1+\bar{n}}\right)^n, \quad \sum_{n=0}^{\infty} p_n = 1, \quad \bar{n} = \sum_{n=0}^{\infty} np_n, \quad S = -k\sum_{n=0}^{\infty} p_n \log p_n, \tag{2.3}$$

ahol $\bar{n}$ a már fentebb (2.2)-ben bevezetett átlagos betöltöttségi szám. A $\{p_n\}$ diszkrét eloszlást Bose-eloszlásnak nevezzük, amely ebben az esetben az adott átlagos energiához tartozó energiakvantumok számának valószínűségi eloszlása. Közvetlen számolással bebizonyítható az a megnyugtató eredmény, hogy a (2.3)-ban felírt információelméleti entrópia, amelyet a kvantumfizikában von Neumann entrópiának neveznek, megegyezik a fentebb meghatározott Planck-féle termodinamikai értékkel.

3. Einstein fénykvantum-hipotézise.

Minden bizonnyal Albert Einstein (1879-1955) volt az első azok közül akik Planck kvantumhipotézisét komolyan vették, és ugyanakkor alkotó módon fel is használták a fizika újabb törvényeinek felismerésében. Az egyik 1905-ben megjelent, a már a Bevezetésben említett [1] cikkében a következő gondolatokat fogalmazta meg. Planck szerint [13], amint azt már fentebb említettük, a "rezonátorok" U átlagos energiája kifejezhető a sugárzás spektrális sűrűségével, $U = (c^3/8\pi\nu^2)u_\nu$. Ha most alkalmaznánk a klasszikus statisztikus fizika ekvipartíció tételét, vagyis azt, hogy minden szabadsági fokra $(1/2)kT$ átlagos energia jut, akkor $U = 2\cdot(1/2)kT$ adódna, mivel a lineáris oszcillátor kinetikus és potenciális energiájára külön-külön $(1/2)kT$ jut. Így a Rayleigh-Jeans-féle eloszlást kapnánk, $u^{R-J} = (8\pi\nu^2/c^3)kT$, amely kis frekvenciákra ugyan jó egyezést mutat a tapasztalattal, azonban ν szerint kiintegrálva végtelen energiasűrűséget ad. Nagy frekvenciákra, illetve kis sugárzási sűrűségekre a Planck-eloszlás határesetben átmegy a korábbról már ismert ρ Wien-féle eloszlásba (Einstein a ρ jelölést használja u-ra)

$$\rho = u^{Wien} = \alpha\nu^3 e^{-\beta\nu/T}, \ \alpha = 8\pi h/c^3, \ \beta = h/k \text{ , vagyis } 1/T = -(1/\beta\nu)\log(\rho/\alpha\nu^3). \tag{3.1}$$

Ha most felhasználjuk az általános $\partial s/\partial\rho = 1/T$ termodinamikai összefüggést, akkor az s spektrális entrópiasűrűséget (3.1) utolsó egyenletének ρ szerinti integrálásával kapjuk, $s = -(\rho/\beta\nu)[\log(\rho/\alpha\nu^3) - 1]$. Legyen most a $(\nu, \nu + d\nu)$ frekvenciaközbe eső E energiájú sugárzás a V térfogatban eloszolva, ekkor nyilván $E = V\rho d\nu$, és az ehhez tartozó $S = Vsd\nu$ entrópia az előbbiek szerint a következő

$$S = Vsd\nu = -\frac{E}{\beta\nu}\left[\log\left(\frac{E}{V\alpha\nu^3 d\nu}\right) - 1\right]. \tag{3.2}$$

Ha ugyanez a E energiájú sugárzás egy másik V_0, mondjuk nagyobb térfogatban oszlik el, amelyhez S_0 entrópia tartozik, akkor e két állapot entrópiakülönbsége

$$S - S_0 = \frac{E}{\beta\nu}\log\left(\frac{V}{V_0}\right) = k\frac{E}{k\beta\nu}\log\left(\frac{V}{V_0}\right) = k\log\left[\left(\frac{V}{V_0}\right)^{\frac{E}{k\beta\nu}}\right]. \tag{3.3}$$

Tekintsünk most egy n számú pontszerű, egymástól függetlenül mozgó részecskéből álló ideális gázt, amely a V_0 térfogatot egyenletesen tölti ki, s tartozzék ehhez az állapothoz az S_0 entrópia. Azt kérdezzük, mekkora annak a valószínűsége, hogy egy valamilyen időpontban egy részecske véletlenül egy V résztérfogatban van ? Ez nyilván V/V_0. Annak a relatív statisztikus valószínűsége, hogy mind az n részecske V-ben van egyenlő az egyes valószínűségek szorzatával, ami $w = (V/V_0)^n$, mivel a részecskéket függetleneknek tételezzük fel. A klasszikus Boltzmann-féle törvény szerint a két állapothoz tartozó entrópiakülönbség $S - S_0 = k\log w$,

$$S - S_0 = k\log w = k\log\left[\left(\frac{V}{V_0}\right)^n\right]. \tag{3.4}$$

Ha a (3.3) és (3.4) egyenleteket összevetjük, akkor arra következtetésre jutunk, hogy ha az E összenergiájú ideális gáz n darab, azonos $k\beta\nu = R\beta\nu/N = h\nu$ energiájú független részecskéből áll, akkor a (3.1) Wien-féle képlet alapján származtatott entrópiakülönbség megegyezik a Boltzmann-féle entrópiakülönbséggel. Óvatosabban fogalmazva, Einstein szavaival : “ Monochromatische Strahlung von geringer Dichte (innerhalb des Gültigkeitsbereich der Wienschen Strahlungsformel) verhält sich in wärmetheoretischer Beziehung so, wie wenn sie aus voneinander unabhängigen Energiequanten von der Größe $R\beta\nu/N$ bestünde.” (A magyar fordítást lásd a Bevezetésben.) Einstein már a cikk bevezetőjében egy sokkal általánosabb kijelentést is tesz, nevezetesen : “Az itt kifejtésre kerülő felfogás szerint az egy pontból kiinduló fénysugarak szétterjedésénél az energia nem folytonosan egyre nagyobb és nagyobb térrészre oszlik el, hanem véges számú térbeli pontban lokalizált energiakvantumból áll, amelyek úgy mozognak, hogy nem bomlanak részekre , s csak mint egészek nyelődhetnek el vagy keletkezhetnek.”.

A hipotézis alkalmazásaként a fotolumineszcenciánál tapasztalt Stokes-féle szabályra ad egyszerű magyarázatot, s ezután a fémek felületi fotoeffektusára valamint a gázok ionizációjára vonatkozó kísérleti eredményeket értelmezi. Érdekes, hogy a cikk megjelenésének évében, 1905-ben kapott Fizikai Nobel Díjat a pozsonyi születésű Lenard Fülöp (1862-1947) „a katódsugarakra vonatkozó munkájáért”. Lenard a fotoelektromos effektus kísérleti vizsgálata során 1899-ben bebizonyította, hogy a megvilágított fémfelületből kilépő részecskék azonosak a J. J. Thomson által felfedezett elektronokkal, majd 1902-ben egy empirikus törvényt állított fel [16] , mely szerint az elektronok energiája linárisan függ a gerjesztő fény frekvenciájától, az áram pedig a fényintezitással egyenesen arányos. Nagy jelentőségű az a tapasztalati törvény is, hogy a lineáris függést ábrázoló egyenes meredeksége különböző fémekre ugyanaz az érték. Einstein fénykvantum-hipotézise alapján természetes magyarázat adódik ezekre a klasszikus elektrodinamikával nem értelmezhető kísérleti eredményekre, melyeket 1916-ban R. A. Millikan (1868-1953) igen nagy pontosságú kísérleteivel is igazolt. Einsteinnek ezt a munkáját külön kiemelik 1921-ben a Fizikai Nobel Díj átadásának indoklásában : az “Elméleti Fizikának tett szolgálataiért, különös tekintettel a fotoelektromos hatás törvényének felfedezésére”. Két évvel később, 1923-ban Millikant tüntették ki a Fizikai Nobel Díjjal ”az elektromosság elemi töltésére és a fotoelektromos effektusra vonatkozó munkájáért”. Einstein szerint a fémbeli elektron a foton teljes $h\nu$ energiáját abszorbeálja, s ez, ha lehetséges, a fémből való kijutáshoz szükséges A “kilépési munkát” fedezi, s a maradék az elektron kinetikus energiájává konvertálódik,

$$E_{kin} = h\nu - A\,. \tag{3.5}$$

Van tehát egy küszöbfrekvencia, $h\nu_0 = A$, amely alatt nem lehetséges kilépés. Megjegyezzük, hogy a szemiklasszikus elméletben (melyben az elektront kvantummechanikával, a fényt pedig klasszikus Maxwell-térrel írjuk le) a fenti Einstein-Lenard-féle formula egyszerűen az elektron energianövekedését kifejező kvantummechanikai rezonanciafeltétellel azonos. Tehát valójában nem szükséges a fénykvantumok fogalmát bevezetni, mégis a tömörség kedvéért azt mondjuk, hogy (3.5) szerint “az elektron abszorbeált egy fotont ”. Ma már tudjuk, hogy ν_0-nál kisebb frekvenciáknál is lehetséges az elektronkilépés. Ha a fényintezitás kellően nagy, akkor magasabb rendű rezonanciák fellépése miatt az elektron számottevő valószínűséggel “sokfotonos fotoeffektussal” is kiléphet, ekkor

$$E_{kin} = (n_0 + n)h\nu - (A + U_{pond})\,,\; U_{pond} = \mu^2 mc^2/4,\; \mu \equiv eF_0/mc\omega = 10^{-9} I^{1/2}/E_{ph}\,. \tag{3.6}$$

Az U_{pond} “ponderomotoros potenciálban” szereplő μ intenzitásparaméter definíciójában a fény I intenzitását W/cm^2 – ben, az E_{ph} fotonenergiát pedig eV – ban mérjük. $mc^2 = 0.5\times10^6 eV$ az elektron nyugalmi energiája, és $\omega \equiv 2\pi\nu$ az alkalmazott fény körfrekvenciája. A kilépéshez szükséges fotonok n_0 minimális számán túl az elektron még a kontinuumban is abszorbeálhat n extra fotont amennyiben az intenzitás kellően nagy. Ezt a jelenséget “küszöb fölötti fotoeffektusnak” (atomok esetében küszöb fölötti ionizációnak) nevezik. Ekkor az elektronspektrum $h\nu$ egyenközű diszkrét szerkezetettel rendelkezik. A kölcsönhatás során az elektron hullámfüggvényének fázisában egy fényfrekvenciás moduláció jelenik meg, ezért az energiában melléknívók alakulnak ki az összes felharmonikusnak megfelelően. Az $\exp[-(i/\hbar)E_0 t - in\omega t] = \exp[-(i/\hbar)(E_0 + n\hbar\omega)t]$ azonosság alapján mondhatjuk azt is, hogy az elektron végállapoti energája n foton abszorpciója következtében növekedett.

4. Az Einstein-féle fluktuációs formula.

1909-ben Einstein az entrópia és valószínűség összefüggése alapján a fekete sugárzást tartalmazó üreg valamilyen V résztérfogatában foglalt energia fluktuációjára, azaz négyzetes eltérésére, vezet le egy összefüggést [17] a Planck-formula felhasználásával, amelynek alapján a következőképpen érvel : “ Láttuk, hogy a Planck-féle sugárzási törvény úgy vezethető le, hogy bevezetjük azt a feltevést, hogy a ν frekvenciás oszcillátor energiája csak $h\nu$ nagyságú kvantumokból állhat össze. Ebből nem következik, hogy a sugárzás is csak ilyen nagyságú kvantumokban emittálódhatna és abszorbeálódhatna, mivel itt az emittáló ill. abszorbeáló anyag egy tulajdonságáról lenne szó; a 6 és 7 megfontolások azonban azt mutatják, hogy a sugárzás térbeli eloszlásának valamint sugárnyomásának ingadozásaira olyan formula adódik, mintha a sugárzás a megadott nagyságú kvantumokból állna. Az azért mégsem állítható, hogy a kvantumelmélet a Planck-féle sugárzási formulából következményként származna, és más interpretáció kizárt lenne. Az ember azonban bizton állíthatja, hogy a kvantumelmélet a Planck-formula legegyszerűbb interpretációját szolgáltatja.” A fluktuációs formula eredeti Einstein-féle levezetése helyett mi itt egy rövidebb utat követünk, amely a statisztikus fizika egy általános összefüggésén alapul. Legyen egy termikus egyensúlyban lévő rendszer partíciós függvénye $Z(\beta)$ (ahol most $\beta \equiv 1/kT$), és átlagos energiája $\overline{E}$,

$$Z(\beta) = \int dE\Omega(E)e^{-\beta E}\,, \qquad \overline{E} = \frac{1}{Z}\int dE\Omega(E)Ee^{-\beta E} = -\frac{\partial Z/\partial\beta}{Z}\,. \tag{4.1}$$

A partíciós függvényben szereplő $\Omega(E)$ mennyiség az állapotsűrűség, tehát az $(E, E+dE)$ energiaközbe jutó állapotok száma $\Omega(E)dE$. Elemi számolással adódik, hogy $\partial\overline{E}/\partial\beta = -(Z''/Z) + (Z'/Z)^2 = -(\overline{E^2} - \overline{E}^2)$, ahol vesszővel a β szerinti differenciálást jelöltük. Eszerint, ha tudjuk az átlagos energia hőmérséklettől való függését, akkor az energia szórásnégyzete (ill. fluktuációja) teljes általánosságban a következő egyszerű formulával számolható :

$$(\Delta E)^2 \equiv \overline{(E-\overline{E})^2} = \overline{E^2} - \overline{E}^2 = kT^2\frac{\partial\overline{E}}{\partial T}\,. \tag{4.2}$$

Alkalmazzuk ezt most egy módusra a (2.2) Planck-formulában szereplő $\overline{E}_{\nu 1} = U$ átlagos energiával,

$$(\Delta E_{\nu 1})^2 = (h\nu)^2\left[\frac{1}{e^{h\nu/kT}-1} + \frac{1}{(e^{h\nu/kT}-1)^2}\right] = h\nu\overline{E}_{\nu 1} + \overline{E}_{\nu 1}^2\,. \tag{4.3}$$

Ha ezt megszorozzuk a V térfogatban és $d\nu$ frekvenciaközben lévő módusok számával, $V(8\pi\nu^2/c^3)d\nu \equiv M_\nu(V)$-vel, akkor megkapjuk az energia Einstein-féle fluktuációját,

$$(\Delta E_\nu)^2 = h\nu\overline{E}_\nu + \frac{\overline{E}_\nu^2}{M_\nu}\,. \tag{4.4}$$

E kifejezésben az első tag a "részecske típusú" fluktuációkból, míg a második tag a "hullám típusú" fluktuációkból ered, amint azt alább megmutatjuk. Ha a Wien-féle határesetből indultunk volna ki, akkor csak az első tagot kaptuk volna. Ha azonban a Rayleigh-Jeans határesetet vesszük, akkor csak a második tag adódik. Ugyanakkor érdekes de Broglie egy 1922-ben tett megjegyzése, mely szerint a (4.3) egzakt kifejezést a következőképpen azonosan átalakíthatjuk,

$$(\Delta E_{\nu 1})^2 = h\nu\overline{E}_{\nu 1}^{(1)} + 2h\nu\overline{E}_{\nu 1}^{(2)} + 3h\nu\overline{E}_{\nu 1}^{(3)} + \ldots = \sum_{s=1}^{\infty} sh\nu\overline{E}_{\nu 1}^{(s)}\,, \tag{4.5}$$

ahol $\overline{E}_{\nu 1}^{(s)} \equiv h\nu e^{-sh\nu/kT}$ pont olyan Wien-féle eloszlás, amely $sh\nu$ energiájú "fotomolekulákból" álló ideális gáznak felel meg. Tehát egy adott módusban lévő sugárzási komponens úgy tekinthető, legalábbis energetikai szempontból, mint végtelen sok, egymással kölcsön nem ható ideális gázkomponens keveréke, melyekben a részecskék ("fotomolekulák") Boltzmann statisztikának engedelmeskednek, és energiáik rendre $h\nu,\ 2h\nu,\ 3h\nu,\ \ldots$. A Planck-formulának ezt a tisztán korpuszkuláris értelmezését más oldalról is meg lehet alapozni [18].

A (4.4) fluktuációs formula első tagjának fizikai interpretációja céljából tekintsük a V_0 térfogatú üreg egy V térfogatú részét, s legyen ebben a fotonok átlagos száma $\overline{N} = V(N_0/V_0)$, ahol N_0 a fotonok teljes száma. A V-ben lévő fotonok N aktuális száma pillanatról-pillanatra más és más, tehát ezt valószínűségi változónak tekintjük, melynek eloszlása a következőképpen határozható meg. A fotonok függetlensége és a homogenitás miatt, annak valószínűsége hogy pontosan N foton van V-ben $w(N) = \binom{N_0}{N}\left(\frac{V}{V_0}\right)^N\left(1-\frac{V}{V_0}\right)^{N_0-N}$, ugyanis N foton $\binom{N_0}{N}$-féleképpen választható ki az összes N_0-ból egyenként V/V_0 valószínűséggel, és ugyanakkor az, hogy a többi $N_0 - N$ *nem* kerül V-be $[1-(V/V_0)]^{N_0-N}$ valószínűséggel következhet be. Ha képezzük az $N_0 \to \infty$

és $V_0 \to \infty$ határátmenetet úgy, hogy $N_0(V/V_0) \equiv \rho_f V \equiv \overline{N}$ véges marad, vagyis a $\rho_f = N_0/V_0$ fotonsűrűség a rendszer egy rögzített paramétere, akkor a fenti binomiális eloszlásból az $N_0! \to (N_0/e)^{N_0}$ Stirling-formula felhasználásával az alábbi *Poisson-eloszlást* kapjuk

$$w(N) = \frac{\lambda^N}{N!} e^{-\lambda}, \quad \lambda = \overline{N}, \quad (\Delta N)^2 \equiv \overline{N^2} - \overline{N}^2 = \overline{N},$$

$$(\Delta E)^2 = (h\nu)^2 (\Delta N)^2 = \overline{E} h\nu . \tag{4.6}$$

Ebben az egyenletben feltűntettük az adott térfogatban lévő részecskék számának szórásnégyzetét, és a V-re jutó energia $(\Delta E)^2 \equiv \overline{E^2} - \overline{E}^2$ négyzetes fluktuációját, abban az esetben, ha minden részecskének $h\nu$ energiája van. A (4.6) egyenlet utolsó összefüggése alakilag azonos Einstein (4.4) formulájában az első taggal. Ez a tag tehát a sugárzást alkotó részecskék számának fluktuációjából származik.

A második taggal analóg kifejezés a fény hullámjellegéből vezethető le a következőképpen. Legyen a sugárzás egy komponensének elektromos tere $\in_\nu(t) = \in_c \cos\omega t + \in_s \sin\omega t = \in_\nu \cos(\omega t - \theta_\nu)$, ahol $\omega \equiv 2\pi\nu$ és $\in_\nu \equiv \sqrt{\in_c^2 + \in_s^2}$ a rezgés amplitúdója, $\theta_\nu \equiv \arcsin(\in_s / \in_\nu)$ pedig a fázisa. A kaotikus sugárzás terét úgy képzelhetjük el, hogy az végtelen sok egymástól független elemből származik, pl. $\in_c = \in_{c1} + \in_{c2} + ... + \in_{ck} + ...$, ahol az egyes részek a rezonátorok által kisugárzott azonos eloszlású véletlen járulékok. Legyen például $\in_{cn} = (\in_{\nu 1}/\sqrt{n})(\xi_1 + \xi_2 + ... + \xi_n)$, ahol $\in_{\nu 1} > 0$ egy később meghatározandó paraméter, és tegyük fel, hogy a ξ_k változók ½ valószínűséggel veszik fel vagy a +1 vagy a -1 értékeket. Tehát a tér $\in_c$-vel arányos részének felépülését úgy képzeljük el, hogy értéke az origóból elindulva "bolyong" a valós tengelyen. Nyilvánvaló, hogy $\in_{cn}$ várható értéke 0 ebben az esetben. A színusos komponensre ugyanezt feltételezve, azt látjuk, hogy az $\in_n \equiv \in_{cn} + i \in_{sn} \equiv |\in_n| e^{-i\theta_n}$ teljes komplex amplitúdó kialakulása a komplex amplitúdósíkon az origóból kiinduló bolyongás eredménye, úgy, hogy a valós és imaginárius elmozdulások függetlenek. Az $n \to \infty$ határesetetben a Centrális Határeloszlás Tétel szerint [19] $\in_{cn}$ és $\in_{sn}$ eloszlásfüggvényei a normális eloszláshoz tartanak, vagyis $P(\in_{cn} < x) \to \Phi(x)$ és $P(\in_{sn} < x) \to \Phi(x)$, ahol Φ a Gauss-féle hibafüggvény, következésképpen $\in_c$ és $\in_s$ amplitúdók sűrűségfüggvényei Gauss-függvények,

$$f_c(\in_c) = \left(1/\sqrt{2\pi}\in_{\nu 1}\right)\exp(-\in_c^2 / 2\in_{\nu 1}^2), \qquad f_s(\in_s) = \left(1/\sqrt{2\pi}\in_{\nu 1}\right)\exp(-\in_s^2 / 2\in_{\nu 1}^2). \tag{4.7}$$

A módus energiasűrűségének sztochasztikus átlaga $[\overline{\in_\nu^2(t)}/8\pi]d\nu = [\in_{\nu 1}^2/8\pi]d\nu$, s ez meg kell egyezzen a $Z_\nu d\nu = (8\pi\nu^2/c^3)d\nu$ módussűrűség és a tekintett egy módus $\overline{E}_{\nu 1}$ átlagenergiájának szorzatával. Ebből az összefüggésből az elektromos tér adott spektrális komponensének $\in_{\nu 1}$ amplitúdója kifejezhető, $\in_{\nu 1}^2 = (8\pi\nu)^2 \overline{E}_{\nu 1}/c^3$. Az ekvipartíció tétel értelmében $\overline{E}_{\nu 1} = \overline{E}_1 = kT$, valamint a módus energiájára az (4.7) alapján, exponenciális eloszlás adódik,

$$f(E_1) = (1/\overline{E}_1)e^{-E_1/\overline{E}_1}, \qquad (\Delta E_1)^2 = \overline{E_1^2} - \overline{E}_1^2 = 2\overline{E}_1^2 - \overline{E}_1^2 = \overline{E}_1^2 . \tag{4.8}$$

Ezzel a (4.4) fluktuációs kifejezés második tagjával teljesen analóg mennyiséget kaptunk,

$$(\Delta E)^2 = V Z_\nu d\nu (\Delta E_1)^2 = M_\nu (\Delta E_1)^2 = \frac{\overline{E}^2}{M_\nu}. \tag{4.9}$$

Ez azt mutatja, hogy az Einstein-féle fluktuációs formula második tagja a folytonosságból, a hullámtulajdonságból adódik. Hangsúlyozzuk, hogy az imént kapott (4.6) és (4.8) fluktuációk csak alakilag egyeznek meg (4.3) megfelelő tagjaival. Számszerű egyezés csak a megfelelő $h\nu / kT >> 1$ Wien-féle, illetve a $h\nu / kT << 1$ Rayleigh-Jeans-féle határesetekben áll fenn.

5. Részecske vagy / és hullám ? Tűsugárzás.

A fentiekben láttuk, hogy a kísérletekkel kiválóan egyező Planck-féle sugárzási képletből Einstein által levezetett fluktuációs formula mind a részecsketípusú, mind a hullámtípusú ingadozást tartalmazza, viszont ezek egyszerűen összeadódnak, mintha okaik függetlenek lennének. Ugyanakkor, ha külön-külön számítjuk ki őket, akkor a kapott eredmények nem egyeznek az egzakt értékekkel. A fény mibenlétének ez a kettős értelmezése, a “ hullám-részecske dualizmus” egy esete, amely már az 1600-as években is felmerült Newton és Huygens egymással ellentétes elképzeléseiben. Az Einstein-féle részecskeelmélet, annak ellenére, hogy vele számos jelenség kielégítően értelmezhető nem fér össze a fény sokszorosan igazolt hullámtermészetével, amelynek egyik legfontosabb jellemzője az interferenciaképesség. Mint de Broglie később megjegyezte, már eleve nem világos, hogy hogyan lehet egy pontszerű részecskének frekvenciája és az ezzel járó térbeli periodicitása. Például 1902-ben O. Lummer és E. Gehrke a kísérleteikben alkalmazott higanylámpa zöld fényével olyan interferenciajelenséget észleltek, amelyben a fáziskülönbség 1 méter nagyságrendű útkülönbségnek felelt meg. A fénykvantumok lokalizáltságát nehéz összeegyeztetni mondjuk egy ilyen interferenciával. A másik probléma az, hogy két hullám találkozásakor az energiasűrűség az interferenciatérben 0 és 4 között tetszésszerinti érték lehet, ha a részhullámok eredeti energiasűrűségét egységnyinek vesszük. Hogy lenne lehetséges az, hogy az egységes egésznek képzelt fotonok megsemmisítik egymást, illetve számuk megduplázódik? Gondolták azt is, hogy az interferencia csíkrendszere úgy alakul ki, hogy a nagyobb intenzitású részekre sok foton esik, a sötét részekre pedig kevés, s a kialakuló kép a részecskék statisztikus eloszlásának eredménye. Sokkal később Dirac erről ezt mondta : “Amit azonban nem ismertek fel az az, hogy a hullámfüggvény annak valószínűségéről ad információt, hogy *egy* foton egy valamilyen adott helyen van, s nem arról, hogy hány foton van ott.” A későbbi kísérletek szerint interferencia akkor is fellép, ha a fényforrás olyan gyenge, hogy az egymást követő mérések során a berendezésben átlagosan csak egy-egy fotonnak megfelelő energia jut. Ahhoz, hogy a fénykvantumnak hullámtermészetet is tulajdoníthasson, Einstein a J. J. Thomson által korábban már megfogalmazott “tűsugár” (“needle radiation”, “Nadelstrahlung”) elképzeléshez folyamodott. Ennek kapcsán röviden felidézzük, hogy a 19. században, és a századforduló környékén milyen elképzelések láttak napvilágot a sugárzás természetére vonatkozóan. Egyrész a fényt azonosították a Maxwell-elméletből kiadódó elektromágneses hullámokkal amelyeket a mindent kitöltő közeg, az “éter” (“aether”) rezgéseiként fogtak fel. Az akkor általánosan elfogadott nézet szerint az abszolút mozgás az éterhez viszonyított mozgás lenne. Larmor, Lorentz, Poincaré és Einstein azonban megmutatta, hogy a Lorentz-Maxwell-féle elektronelmélet differenciálegyenletei a tér és az idő transzformációinak egy olyan csoportjára invariánsak, amelyben az abszolút mozgásnak nincs értelme. Következésképpen az éter előbbi felfogásában az “abszolút” jelleg nem tartható, sőt maga az éter egyáltalán nem is létezik. Ugyanakkor, mint Bateman [20] írja 1914-ben “… ha a távolhatás megmagyarázásához a folytonos közeg elképzelését meg óhajtjuk tartani, akkor becsületesen be kell vallani, hogy a közegünk tulajdonságainak legegyszerűbb leírása az (1) differenciálegyenletekben [a vákuumbeli Maxwell-egyenletekben] testesül meg”, s szemléletességben ennél tovább nem nagyon léphetünk. A mostmár nem abszolút étert egyrészt az anyagi részecskékhez csatolt csövek (vagy filamentumok, húrok) összességének képzelhetjük el, amint azt Faraday eredeti gondolatain alapuló elméletében J. J. Thomson kifejtette. Másrészt feltételezhetjük, hogy a sugárzás során valamilyen részecske vagy entitás ha a t időpontban egy valamilyen aktív testhez tartozott, akkor egy későbbi $t+\tau$ időpontban egy másik testhez tartozik. (Megjegyezzük, hogy ez a kép “visszaköszön” a később kialakult Kvantumelektrodinamikában, amelyben két töltés Coulomb-kölcsönhatása longitudinális fotonok emissziója és abszorpciója alapján származtatható.) A két elméletben az az érintkezési pont, hogy ha a részecskék folyamatosan emittálódnak az aktív testből, akkor ezek a testhez csatlakozó fonalat alkotnak. A vákuumbeli Maxwell-egyenletek részletes matematikai analízise alapján belátható [20], hogy ezek az egyenletek – különböző megoldástípusaiknak megfelelően – a következő három értelmezést teszik lehetővé.

	ÉTER	**ANYAG**
1.	Folytonos közeg	Diszkrét részecskék aggregátuma
2.	Filamentumok összességéből álló nem folytonos közeg	A filamentumokhoz csatolt diszkrét részecskék aggregátuma
3.	Folytonos közeg	Olyan diszkrét részecskék aggregátuma amelyekhez filamentumok csatlakoznak

Például a vákuumbeli Maxwell-egyenletek bizonyos megoldásai a 3. értelmezés szerint annak felelnek meg, hogy a sugárzó részecskéből (amely a mező egy mozgó szinguláris pontja) energia áram indul meg a filamentumokban, s a filamentumok mentén az éterben hullámok gerjesztődnek, vagyis az energia kis része “kilóg” az éterbe. Közelítőleg ez az értelmezés felel meg Newton eredeti emissziós elméletének. Az 1. értelmezés a 20. század elejéig széles körben elfogadott, és egyben a legalaposabban is kidolgozott volt, ugyanakkor pl. J. J. Thomson 1904-ben a 3. felfogáshoz közeli elméletében azt a koncepciót fejti ki, hogy a fényemisszió elemi folyamatában a forrásból kinduló sugárzás “nem oszlik el egyenlően minden azimutra”, hanem bizonyos irányokba koncentrálódik, vagyis nem gömbhullámként terjed szét. W. H. Bragg 1911-ben a Röntgen- és γ-sugarak leírására kifejlesztett elméletében a test által a filamentumok mentén kisugárzott entitások elektromos dublettek (dipólok). Hangsúlyozzuk, hogy ezek a próbálkozások nem pusztán spekulációk voltak, hanem – mint pl. Bateman munkássága jól illusztrálja – a Maxwell-egyenletek bizonyos egzakt megoldásain alapuló, tehát matematikailag szigorúan megfogalmazott, elméleti rendszerek. Ezzel kapcsolatban megemlítjük még, hogy 1922-ben C. W. Oseen a vákuumbeli Maxwell-egyenletek olyan egzakt megoldását határozta meg [21], amely olyan egy pontból kiinduló monokromatikus sugárzásnak felel meg, melynek energiája egy paraméter változtatásával tetszésszerinti kis kúpszögbe koncentrálódik, úgy, hogy a kúpon kívülre jutó energia minden határon túl csökkenthető. Hogy ezt belássuk, vegyük fel az elektromágneses sugárzás Hertz-vektorát a $\vec{\Pi}=(0,0,\Pi_z)$ alakban, ahol Π_z kielégíti a D’Alembert-egyenletet, és az elektromos térerősség és a mágneses indukció a következőképpen fejezhetők ki : $\vec{E}=rotrot\vec{\Pi}$ ill. $\vec{B}=rot\partial\vec{\Pi}/\partial ct$. Egy kifutó gömbhullám deriváltjainak tetszőleges lineáris kombinációja is megoldás, tehát

$$\Pi_z=\left[a_0+a_1\left(\frac{ic}{\omega}\frac{\partial}{\partial x}\right)+\ldots+a_n\left(\frac{ic}{\omega}\frac{\partial}{\partial x}\right)^n\right]\frac{e^{i\omega(t-r/c)}}{r}, \tag{5.1}$$

ahol ω a sugárzás körfrekvenciája, és $r=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$, valamint az a_n együtthatók egyenlőre tetszőleges valós konstansok. A térmennyiségeket kifejezve, a hullámzónában pl. E_x-re adódik

$$E_x = -\frac{\omega^2}{c^2}\frac{xz}{r^3}F_n(x/r)e^{i\omega(t-r/c)}\text{, ahol } F_n(x/r) \equiv a_0 + a_1(x/r) + ... + a_n(x/r)^n . \qquad (5.2)$$

Ha most bármilyen $f(x/r)$ függvényt tekintünk, amely a [-1, +1] intervallumban folytonos, akkor Weierstrass approximáció-tétele szerint tetszőlegesen kis pozitív ε számhoz megválasztható olyan n érték és olyan $\{a_0, a_1, ..., a_n\}$ szám n-es, hogy az F_n polinom egyenletesen közel lesz f-hez , vagyis $|F_n(x/r) - f(x/r)| < \varepsilon$ az egész intervallumban. Vegyünk most fel f-et úgy, hogy valamilyen tetszőlegesen kicsiny ϑ_1 szögre a következő tértartományban eltűnjön, $f(x/r) = 0,\ -1 \le (x/r) \le \cos\vartheta_1$, s hogy a sugárzás teljes fluxusa valamilyen véges érték legyen.Tehát f^2 teljes térszögre vett integrálja véges, pl. $\iint f^2 d\Omega = 1$. Az így kapott sugárzás összes energiája tetszésszerinti kis ε^2 pontossággal a $\cos\vartheta_1 < (x/r) \le 1$ összefüggés által definiált kúpon belül áramlik a végtelenbe. Így például megkaphatjuk a Maxwell-egyenletek egy olyan megoldását, amely annak felel meg, hogy egy a Földön lévő pontszerű forrás sugárzásának mindössze $1/10^{10}$ része van csak egy olyan kúpon kívül amely mondjuk egy ötforintos felületen metszené a Sirius csillag felületét. A fekete üregsugárzás fotongáza és valamilyen részecskegáz termikus egyensúlyának kinetikai vizsgálata alapján L. S. Ornstein és H. C. Burger arra a következtetésre jutott, hogy a fotonok effektív ütközési keresztmetszete λ^2 nagyságrendű [22]. Eredményük tulajdonképpen azt fejezi ki, hogy a teljes sugárzás szabadsági fokainak számát, azaz a módussűrűséget úgy is kiszámolhatjuk, hogy λ^2 keresztfelületű sugárnyalábokra bontjuk, amint azt korábban M. Laue már megmutatta [23].

A tűsugárelmélet cáfolataként magyar szerzők gyakran említik Selényi Pál 1911-ben publikált nagyszögű interferenciára vonatkozó alapvető kísérleteit [24], amelyek eredményeiről ő ezt mondja : "Amíg minden eddig ismert interferenciajelenség két olyan sugár találkozásakor valósul meg, amelyek a fényforrás egy és ugyanazon pontjából nagyon kicsiny divergenciaszögben jöttek ki, *az itt leírandó jelenségekben sikerült két olyan sugarat interferáltatni, amelyek a fényforrás egy és ugyanazon pontjából nagyon nagy (100°-ig) divergenciaszögben emittálódtak.*" Úgy tűnik, Selényi elsősorban azt tartotta fontosnak, hogy sikerült bebizonyítania a hullámhossznál sokkal kisebb méretű fluoreszcens részecskék sugárzási eloszlásának dipóljellegét, teljesen függetlenül attól, hogy ezzel súlyos érvet szolgáltatott Einstein "tűsugárelméletével" szemben, amelyet mellesleg meg sem említ a cikkben. Annál inkább Schrödinger, aki 19 évvel később – Selényi eredményeiről mit sem tudva – sokkal szerényebb (4°-5°) divergenciájú sugarak interferenciáját mutatta ki, pont abból a célból, hogy a tűsugárelméletet kísérleti próbának vesse alá. Egyik zárómegjegyzéseként írja, hogy "Már a bevezetésben említettük, hogy az elemi emissziós folyamatok tulajdonságaira vonatkozó kérdésre a közölt kísérletek sajnos semmi többet nem tudnak bizonyítani, mint a Huygens-elv érvényességét levegőben." [25]. Tehát az ő eredményei is cáfolni látszanak azt az elképzelést, hogy a fény az elemi folyamatok során kis térszögekben kisugárzott részekből áll össze.

6. Louis de Broglie fénykvantum elmélete.

1923-ban összegezte nézeteit Louis de Broglie (1892-1987) a hullám-részecske dualitásról [26] , amelyet anyagi részecskékre is kiterjesztett, s ezzel egyben lerakta a hullámmechanika alapjait. Mint írja "A hullám fázisára alkalmazott Fermat-elv azonos a mozgásra alkalmazott Maupertuis-elvvel; a mozgás dinamikailag lehetséges pályái azonosak a hullám sugaraival." Eredményei azon az mély felismerésen alapulnak, hogy a mozgó részecskéhez hozzárendelhető egy invariáns fázis a speciális relativitás értelmében ha az

$E = h\nu$ Planck-formulát is felhasználjuk. Tekinsünk egy m_0 nyugalmi tömegű m_0c^2 belső energiájú részecskét amely $\upsilon = \beta \cdot c$ $(\beta < 1)$ sebességgel mozog egy adott megfigyelőhöz képest. A belső energiához tartozik egy $\nu_0 = m_0c^2 / h$ frekvenciájú rezgés. A megfigyelő kisebb frekvenciát észlel, mivel "a mozgó órák lassabban járnak", tehát számára a hullám időfüggése $\sin(2\pi\nu_1 t)$ lesz, ahol $\nu_1 = \nu_0\sqrt{1-\beta^2}$. A teljes $m_0c^2/\sqrt{1-\beta^2}$ energiának megfelelő frekvencia pedig

$$\nu = \frac{1}{h}\frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} \equiv \frac{\nu_0}{\sqrt{1-\beta^2}}\,. \tag{6.1}$$

A ν_1 és ν frekvenciák általában igen eltérők lehetnek, azonban van egy fontos összefüggés közöttük, amely egyben megadja ν fizikai értelmezését is. Tegyük fel, hogy a $t = 0$ időpontban a mozgó részecskéhez hozzárendelünk egy fenti ν frekvenciás hullámot, amely $V_\phi = c/\beta = c^2/\upsilon \;> c$ fázissebességel terjed. Egyszerűen belátható, hogy ha kezdetben a mozgó részecske belső hulláma fázisban van ezzel a hozzárendelt hullámmal, akkor ez a fázisegyezés minden későbbi időpontban fenn fog állni a részecske helyén, tehát a hozzárendelés egyértelmű. Valóban, mivel t idő alatt a részecske $x = \upsilon \cdot t$ távolságot tesz meg, a belső hullám értéke a részecske helyén $\sin[2\pi\nu_1(x/\upsilon)]$ lesz, ugyanakkor a haladóhullámé

$$\sin[2\pi\nu(t - \beta x/c)] = \sin[2\pi\nu(x/\upsilon)(1-\beta^2)]\,. \tag{6.2}$$

A két fázis egyenlőségéből adódik, hogy

$$\nu_1 = \nu(1-\beta^2) \equiv \nu_0\sqrt{1-\beta^2}\,, \tag{6.3}$$

s ez a fentiek szerint *azonosság*. Az ismert $(E/c^2)\upsilon = p$ összefüggés alapján látjuk, hogy az asszociált hullámhossz $\lambda = h/p$, ami a híres de Broglie-féle összefüggés. Így tehát minden mozgó részecskéhez egyértelműen hozzárendelhető egy $\nu = E/h$ frekvenciájú és $\lambda = h/p$ hullámhosszú haladóhullám. A foton esetében $c = \nu\lambda = E/p$, vagyis megkapjuk a foton impulzusának Einstein-féle $p = E/c = h\nu/c$ kifejezését. Az első összefüggés a klasszikus elektrodinamikából is kiadódik, ha a sugárzás energiasűrűségére és impulzussűrűségére vonatkozó kifejezéseket összehasonlítjuk. A fotonok a fázishullám ortogonális trajektóriáin, magyarán sugarak mentén terjednek, s azt hogy hol vannak, például egy fotoelektronok kiváltásán alapuló detektorral tudhatjuk meg. De Broglie szerint egy Young-típusú interferenciakísérletben a fotonok egy átlátszatlan lemezen lévő két lyukon haladhatnak át, viszont eltérülnek a hozzájuk tartozó, s ugyanakkor elhajló fázishullámok sugarai mentén. A lemez mögötti térben "fotoelektron kiváltási képességük" helyről-helyre változik, attól függően, hogy a két lyukon áthaladó fázishullámok interferenciamintájában hol vannak. A fotonok tehát jelen vannak a sötét térrészekben is. Az interferenciacsíkok létrejönnek, bármilyen kicsi is a fotonok száma, ugyanakkor nem tudjuk, hogy egy adott foton melyik lyukon haladt át. Egyetlen foton esetében az a meglepő helyzet áll elő, hogy ha mindkét rés nyitva van, akkor is létrejön az interferenciakép, a foton tehát önmagával interferál, mintha mindkét résen átment volna, ami persze nehezen elképzelhető. Sokkal megnyugtatóbb lenne, ha tudnánk, hogy vagy az egyik, vagy a másik résen ment át, s valahogy nem egyszerre mind a kettőn, amelyek mellesleg jelentős távolságra lehetnek egymástól. A kvantumelektrodinamika matematikai formalizmusa az ilyen szélsőséges esetekben is a kísérleti eredményekkel összhangban lévő fotondetektálási valószínűséget adja, azonban ez esetenként sovány vígasz azoknak, akik a folyamatot egyben szemléletesen is szeretnék értelmezni. Napvilágot láttak olyan elképzelések is, hogy a részecske mintegy letapogatja a környezetét, mielőtt “döntene”. Azonban még az ilyen spekulációk sem segítenek, ugyanis a probléma gyökere onnan ered, hogy a helyes $P_{1,2}$ valószínűséget a két alternatívához (a lyukakon való áthaladáshoz) tartozó A_1 és A_2 komplex *valószínűségi amplitúdók* összegének abszolútérték négyzete szolgáltatja, s ez általában tartalmaz egy nem nulla interferenciatagot : $P_{1,2} = |A_1 + A_2|^2$. Következésképpen $P_{1,2} \neq |A_1|^2 + |A_2|^2 = P_1 + P_2$, vagyis a két esemény klasszikus valószínűségelméleti értelemben nem lehet független. Ez ellenkezik azzal, amit egy pontszerű (vagy kis kiterjedésű) “részecskéről” el tudunk képzelni. Ha a valószínűségeket megpróbáljuk rejtett paraméterek valamilyen sokaságán vett átlagokként felfogni, akkor is az események korrelációira így kiadódó mérőszámok sokszor olyan tartományba esnek (Bell-féle egyenlőtlenségek), amelyekkel a kvantummechanikai értékek nincsenek átfedésben, s mindig az utóbbiak egyeznek a kísérleti eredményekkel. A szemléleti elem hiánya különösen feltámadhat bennünk, ha a mostanában végzett számos olyan kísérletre gondolunk, ahol a kvantum nemlokalitás dominál makroszkopikus méretű térrészekben. Gondolok itt az Einstein-Podolsky-Rosen paradoxon kísérleti vizsgálatára [69-73], és általában a kvantumos összefonódásra.

Bár de Broglie felismerte, hogy egy foton valójában mindig önmagával interferál, mégis sok munkát szentelt olyan szemléletes modellek kidolgozására, mint például a “vezérhullám” által kormányozott részecske, amelyekkel legalább megpróbálta érthetőbbé tenni az új fizika elsőre furcsa kijelentéseit.

7. Részecske vagy / és hullám ? Koincidenciák és interferenciák.

1922-ben Arthur H. Compton friss kísérleti eredményeiről számol be [27], amelyek szerint az eredetileg molibdénből kiváltott elsődleges Röntgen-sugárzás többféle anyagon való szóródásakor keletkező másodlagos sugárzás “olyan vonalakat mutat melyek hullámhosszban azonosak a molibdénből származó elsődleges K vonalakkal, ezzel bizonyítva, hogy a másodlagos sugárzás egy része valóban szórt sugárzás, és hullámhosszban változatlan. Ezen felül egy általános sugárzást is észleltünk, amely dominánsabb a másodlagos nyalábban mint az elsődlegesben. … Ez az eredmény egy maximumot mutat az általános sugárzásban körülbelül 0.95 Å-nél, ami körülbelül 35 százalékkal nagyobb, mint a gerjesztő sugár hullámhossza.” A következő évben az “X-sugárkvantum” hipotézise alapján a részecskék ütközésekor fennálló energia- és impulzusmegmaradás feltételezésével kiszámítja a másodlagos sugárzás hullámhossz-eltolódásának (a kísérletekkel jól egyező) $\lambda_\theta - \lambda_0 = (2h/m_0c)\sin^2(\theta/2)$ értékét [28]. Itt θ a szórási szög, és m_0 az elektron myugalmi tömege. A Compton-eltolódásban szereplő h/m_0c Compton-hullámhossz tehát természeti állandó, nem függ a gerjesztő nyaláb hullámhosszától. A folyamatot úgy is elképzelhetjük, hogy az elsődleges kvantum impulzust ad át az elektronnak, s ezért a szórás rugalmatlan. Mindenesetre “a szórt X-sugarak irányított kvantumokban haladnak”. Másrészt úgy is fogalmazhatunk, hogy az elektron mozgása következtében a távozó sugárzás Doppler-eltolódást szenved. Compton megjegyzi még, hogy a szórás kinematikájára vonatkozó állítást “a hullámelmélet nyelvezetével is felruházhatjuk, ha észben tartjuk, hogy egy egyetlen kvantumnyi energiát tartalmazó hullám csak egy irányban válthat ki hatást.” Valójában sokkal többet mondhatunk, amint azt Schrödinger bebizonyította [29], “ A Compton-effektus irány- és frekvenciatörvényei teljes mértékben azonos jelentésűek azzal a kijelentéssel, hogy a résztvevő fényhullámpárok és a résztvevő ψ-hullámpárok az első rendű reflexió Bragg-feltételének megfelelő egy és ugyanazon “rácssíkréteghez” tartoznak.” Érdekes, hogy a Compton-effektus hatáskeresztmetszetére a kvantumelektrodinamikai eredménnyel egyező helyes formulát először O. Klein és Y. Nishina szemiklasszikus módszerrel kapták 1929-ben

[30], azaz klasszikus Maxwell-terekkel számoltak. Az elektron kezdeti és végállapotához tartozó "átmeneti áramsűrűséget" szerepeltették a Maxwell-egyenletek forrástagjaként, majd a retardált potenciál segítségével kiszámolták a szórt sugárzási teret.

A Compton-effektus további vizsgálatába egy teljesen új és eredeti megközelítést hozott W. Bothe és H. Geiger következő gondolatmenete : "A szórás lejátszódására vonatkozó eddigi elképzelések alapján felmerül egy olyan kísérleti elrendezés gondolata amely a szórt sugárkvantumok és a hozzájuk tartozó visszalökődött elektronok egyidejű fellépését tudná bizonyítani." Ha a szórt kvantumok és az elektronok útjába egy-egy számlálót helyeznénk, akkor mindegyik mindig egyidejűleg jelezne [31]. A. H. Compton és A. W. Simon el is végezték ezeket a koincidencia kísérleteket, s eredményeik a kvantumos felfogással voltak összhangban [32]. "Annak az esélye, hogy az eredmény elmélettel való egyezése véletlen, körülbelül 1/250." Ezek a kísérleti eredmények fontos érvelési alapot jelentettek N. Bohr, H. A. Kramers és J. C. Slater [33] azon elgondolásai ellen, hogy a mikrofolyamatok leírásakor az energiamegmaradás törvényét lehet, hogy fel kell adni.

Az optikai tartományra vonatkozó koincidencia kísérletek lényegesen később váltak kellően megbízhatóvá. Ezek rövid ismertetésével előreszaladunk az időben, és néhány olyan fogalmat is használunk, amelyek pontos jelentését eddig nem tisztáztuk, s terjedelmi korlátok miatt ezt a későbbiekben sem tehetjük meg. Mégis úgy véljük, hogy a foton történetének ezt az ágát legalább vázlatosan érintenünk kell, mivel a "fény kettős természetével" kapcsolatban alapvető jelentőségű. Először is az a kérdés vetődött fel, hogy akkor is bekövetkezhet-e interferencia, ha mindössze egyetlen foton van a kísérleti berendezésben. Dempster és Batho 1927-ben ezt vizsgálta egy echelon ráccsal végzett diffrakciós kísérletben. Eredményeik mind a klasszikus mind a kvantum elképzelést igazolni látszottak, ugyanis a diffrakciós kép igen gyenge fénnyel is létrejött [34], vagyis eszerint a foton "önmagával interferál", ahogy azt de Broglie és Dirac nyomán várjuk. 1955-ben a híres Ádám-Jánossy-Varga kísérletben bizonyítást nyert [35], hogy koherens fénynyalábban mozgó fotonok között nincsen korreláció, ez az eredmény a koherens állapotok Poisson-statisztikájával van összhangban. Azt vizsgálták, hogy, ha egy féligáteresztő nyalábosztóval az egy már nagymértékben gyengített primér nyalábot két részre osztják, akkor ezek fotonjainak detektálása során van-e szisztematikus koincidencia. A nagyérzékenységű elekronsokszorozók alkalmazása lehetővé tette, hogy biztonsággal megállapítsák, hogy a koincidenciák aránya nem nagyobb mint 0.6%. Nemsokára R. Hanbury-Brown és R. Q. Twiss a sugárzás intenzitáskorrelációját mérték, s ezzel először mutatták ki termikus forrásra az azóta fotoncsomósodásnak nevezett jelenséget. Az ilyen típusú kísérletek arról az együttes eloszlásról adnak felvilágosítást, hogy egy fotont valamilyen t időpontban detektálunk és egy $t+\tau$ időpontban egy másikat detektálunk. Későbbi mérések is megerősítették, hogy termikus forrás esetén az együttes számlálási sebesség 0 késleltetési idő esetén kétszerese a nagy késleltetési időnél egységnyi idő alatt bekövetkező koincidenciák számánál. Ez azt jelenti, hogy a fotonok inkább párban érkeznek a detektorba. Elképzelhető, hogy ez a jelenség leírható úgy is, hogy kiszámoljuk a másodrendű "fotomolekulák" korrelációs függvényét. Koherens fény esetén E. Brannen és H. I. S. Ferguson nagypontosságú mérései [36] megerősítették az Ádám-Jánossy-Varga kísérlet konklúzióját. Jánossy Lajos és Náray Zsolt 1957-ben publikálták nagyon kis intenzitású fény interferenciájára vonatkozó kísérleti eredményeiket [37]. Michelson-interferométerben vizsgálták az intenzitáseloszlást a fotonszámlálási sebesség fotomultiplierekkel történő meghatározása alapján. Megállapították, hogy az interferenciamintázat ugyanaz nagyon gyenge fény esetén, mint normál intenzitásoknál. Az első esetben körülbelül 10^6 foton érkezett be másodpercenként a az interferométerbe, s így az interferométerben lévő fotonok átlagos száma mindig sokkal kisebb volt egynél. 1988-ban J. D. Franson és K. A. Potocki [38] mutattak ki interferenciát egyetlen gerjesztett atomból álló fényforrással egy 45m hosszú Jamin-interferométerben.

8. Indukált emisszió.

1917-ben Einstein a Planck-féle sugárzási formulának minden bizonnyal a lehető legegyszerűbb levezetését publikálta [39], és ezzel egyben rávilágított a sugárzás és anyag energia- és impulzuscseréjének három alapvető folyamatára. Gondolatmenetét az alábbiakban foglaljuk össze. A kvantumelmélet szerint az atomokat, molekulákat különböző állapotok diszkrét sorával jellemezhetjük, melyekhez $E_1, E_2, ..., E_n, ...$ energiák tartoznak. Az ilyen molekulákból álló gázban termikus egyensúlyban T hőmérsékleten az n-edik állapot betöltöttségének relatív gyakoriságát a $W_n = g_n e^{-E_n/kT}$ kanonikus eloszlás szolgáltatja, ahol g_n-ek "statisztikus súlyok", mai szóhasználattal : az adott energiához tartozó összes lineárisan független állapotok száma. A Bohr-féle frekvenciafeltétel szerint, ha az atom valamilyen E_m energiájú állapotból egy E_n, kisebb energiájú állapotba megy át, akkor $\nu = (E_m - E_n)/h$ frekvenciájú fényt sugároz ki. Az atom és a sugárzás közötti energiacsere háromféleképpen valósulhat meg. A) "Ausstrahlung", azaz *spontán emisszió*. Mint tudjuk, egy rezgésben lévő Planck-féle rezonátor Hertz szerint ismert módon energiát sugároz ki, függetlenül attól, hogy egy külső tér gerjeszti-e vagy sem. Ennek megfelelően az atom külső okok nélkül átmehet egy alacsonyabb energiájú állapotba, s annal valószínűsége, hogy ez egy dt idő alatt valóban bekövetkezik, $dW_A = A_{m\to n} \cdot dt$, ahol $A_{m\to n}$ konstans. Ez a statisztikus törvény a rádioaktív bomlásnak felel meg, s nem kell feltételezni, hogy ez a folyamat nem igényel időt. Elegendő annyit feltenni, hogy az átmenet ideje elhanyagolhatóan kicsiny azokhoz az időkhöz képest amennyit az atom a fentemlített diszkrét állapotokban tölt. B) "Einstrahlung", azaz *abszorpció*. Ha a Planck-féle rezonátor sugárzási térben van, akkor a sugárzás munkát végezhet rajta, vagy energiát vonhat ki belőle, a rezgések relatív fázisától függően. Ha a munkavégzés pozitív, akkor az atom abszorbeál, s ennek valószínűsége nyilván a sugárzás energiasűrűségével arányos, $dW_B = B_{n\to m} \cdot \rho \cdot dt$, ahol ρ a sugárzás spektrális sűrűsége. B') "Erzwungene Emission", azaz kényszerített, vagy *indukált emisszió*. Ennek valószínűsége szintén a sugárzás sűrűségétől függ, $dW_{B'} = B_{m\to n} \cdot \rho \cdot dt$. Ezek után Einstein elemzi az atom és a sugárzás közötti impulzuscserét, és arra a következtetésre jut, hogy egy elemi sugárzási folyamat során az atom $h\nu/c$ impulzust kell hogy kapjon vagy leadjon. A klasszikus elektrodinamikával ellentétben, azt állítja, hogy például spontán emisszió során az atom visszalökődik, mivel a sugárzás valamilyen adott irányban távozik, és nem egy gömbhullám formájában. Ezt a jelenséget először R. Frisch igazolta 1933-ban [40] erősen kollimált Na-atomnyalábokon végzett méréseivel. 1972-ben egy francia [41] és egy német [42] csoport sokkal pontosabb mérési eredményeket publikált egyidejűleg, amelyek számszerűleg is megerősítették Einstein következtetését. A sugárzás mechanikai hatásának kulcsfontosságú szerepe van napjank egyik legfejletteb technikájában, nevezetesen a lézeres hűtés technikájában. Visszatérve a termikus egyensúly feltételének meghatározásához, teljesen természetes feltenni, hogy elegendő ha egységnyi idő alatt ugyanannyi abszorpció mint amennyi emisszió történik, azaz, figyelembe véve a kanonikus eloszlás szerinti átlagos atomszámokat az n és az m állapotokban,

$$g_n e^{-E_n/kT} B_{n\to m}\rho = g_m e^{-E_m/kT}(A_{m\to n} + B_{m\to n}\rho) \ . \tag{8.1}$$

A hőmérséklet növelésével ρ minden határon túl növekedne, ekkor a jobb oldal első tagja elhanyagolható lenne. Következésképpen, véges hőmérsékleten

$$g_n B_{n\to m} = g_m B_{m\to n}\,, \quad \rho = \frac{(A_{m\to n}/B_{m\to n})}{e^{(E_m - E_n)/kT} + 1} . \tag{8.2}$$

Ahhoz, hogy a (2.2)-ben lévő Planck-formulát visszakapjuk, fenn kell állnia a következő összefüggésnek

$$\frac{A_{m\to n}}{B_{m\to n}} = Z_\nu \cdot h\nu \equiv \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \cdot h\nu \,. \tag{8.3}$$

Az imént használt A és B konstansokat Einstein-féle koefficienseknek nevezzük. Figyelemreméltó, hogy adott B érték mellett az A spontán emissziós sebesség a módussűrűséggel arányos. 1946-ban E. M. Purcell [43] észrevette, hogy ha az atom egy rezonáns üreghez csatolódik, akkor elérhető, hogy mindössze egyetlen módus vegyen részt a kölcsönhatásban, tehát (8.3)-ban Z_ν helyett $Z'_\nu = 1/(\delta\nu \cdot V) = Q/(\nu \cdot V)$-t kell venni, ahol $\delta\nu = \nu / Q$ a módus sávszélessége, és $Q \equiv$(az üregben lévő energia)/(egy ciklus alatt disszipálódott energia) az üreg jósági tényezője. Az A-koefficiensek arányára $A'/A = Z'_\nu / Z_\nu \approx Q\lambda^3/V$ adódik. A Purcell által vizsgált rádiófrekvenciás magmágneses átmenetre ez a faktor ~10^{20} ha $\nu \sim 10^7$ Hz. Egy adott atomi átmenet spontán emissziós sebességét tehát változtatni lehet a módussűrűség manipulálásával. Ezen az jelenségen alapul a napjainkban intenzíven tanulmányozott "üregek kvantumelektrodinamikája", valamint szerepe van például a periodikus dielektrikumokban ("fotonikus kristályokban") lejátszódó sugárzásos folyamatokban is.

Közismert, hogy a lézerek működésének egyik kulcseleme az indukált emisszió, amely nélkül nincs erősítés. A lézerek tulajdonképpeni történetét itt még csak nem is érinthetjük, mert ez önmagában is rendkívül szerteágazó, és sok érdekes részletet tartalmaz, melyeket nem lehet pár oldalon elintézni. Érdekes W. E. Lamb [44] azon megjegyzése, hogy míg a indukált emisszió lényege a klasszikus elektrodinamika alapján megérthető, ugyanakkor úgy tűnhet, hogy Dirac munkássága előtt nem volt esély arra, hogy ezen az alapon az atom stacionárius állapotai közötti spontán sugárzásos átmeneteket leírják. "Jót tett volna a fizikának, ha Einstein felismerte volna ezt a tényt, és elméletét felhasználja arra hogy a spontán emisszió A koefficiense értékét 1917-ben kiszámítsa, ahelyett, hogy ezt Diracra hagyja, aki 1927-ben határozta meg az A koefficienst a sugárzás kvantumelméletéből."

A fluktuációs kifejezés (4.5) alakja arra utal, hogy a Planck-formula azzal a képpel is összeegyeztethető, hogy a sugárzás végtelen sok ideális gáz keveréke, amelyek $sh\nu$ energiájú kvantum-multiplettekből állnak. A Wien-féle formula olyan értelemben közelítés, hogy csak az "egyes" kvantumokat veszi figyelembe, de a multipletteket nem. Bothe egy már idézett cikke [18] alapján most megmutatjuk, hogy a multiplettek számának megmaradásából le lehet vezetni az egzakt Planck-törvényt. Legyen egy V térfogatban az atomok relatív betöltöttsége az 1, 2 szinteken $N_{1,2} = g_{1,2}\exp(-E_{1,2}/kT)$, ahol $E_2 - E_1 = h\nu$. Legyen továbbá $n_1, n_2, \ldots, n_s, \ldots$ rendre azoknak az (egyes) fotonoknak a száma, amelyek egyedül vannak, párokba, triplettekbe, stb. egyesültek (tehát $n_s = s \cdot m_s$, ahol m_s az s-multiplettek száma), és állapítsuk meg az egyensúly feltételét először az "egyes" kvantumokra. Ezek egyrészt spontán emisszió következtében keletkezhetnek, másrészt úgy, hogy a kvantumpárok egyikéből valamelyik "alkotó" "egyes" abszorbeálódott. Az egységnyi időre eső ilyen folyamatok átlagos száma $N_2 A_2$, illetve $N_1 B_1 n_2 (h\nu/V)$, ugyanis $n_2(h\nu/V)$ az energiasűrűségnek az a része, amellyel a kvantumpárok hozzájárulnak az indukált emisszióhoz. Másrészt az "egyesek" eltűnhetnek abszorpció következtében, valamint azért, mert indukált emisszióval egy párt hoznak létre ; e folyamatok átlagos gyakorisága $N_1 B_1 n_1 (h\nu/V)$, ill. $N_2 B_2 n_1 (h\nu/V)$. Ha az "egyesek" száma nem változik, akkor az egyensúly feltétele :

$$N_2 A_2 + N_1 B_1 n_2 (h\nu/V) = (N_1 B_1 + N_2 B_2) n_1 (h\nu/V) \,. \tag{8.4}$$

Hasonlóan írhatjuk fel a kvantumpárok egyensúlyát, csakhogy itt mostmár a spontán emisszió nem játszhat szerepet :

$$N_2 B_2 n_1 + N_1 B_1 n_3 = (N_1 B_1 + N_2 B_2) n_2 \,. \tag{8.5}$$

Végülis egyenletek végtelen hierarchiáját kapjuk :

$$N_1B_1n_2 - (N_1B_1 + N_2B_2)n_1 + N_2A_2 \cdot (V/h\nu) = 0,$$
$$N_1B_1n_3 - (N_1B_1 + N_2B_2)n_2 + N_2B_2n_1 = 0,$$
$$N_1B_1n_4 - (N_1B_1 + N_2B_2)n_3 + N_2B_2n_2 = 0, \qquad (8.6)$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$N_1B_1n_{s+1} - (N_1B_1 + N_2B_2)n_s + N_2B_2n_{s-1} = 0,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Az első egyenlet kivételével csak indukált emissziók játszanak szerepet. Az első s egyenletet összeadva kapjuk :

$$N_1B_1n_{s+1} - N_2B_2n_s - N_1B_1n_1 + N_2A_2(V/h\nu) = 0. \qquad (8.7)$$

Mivel a térfogatban lévő fotonok teljes száma $n = n_1 + n_2 + \ldots + n_s + \ldots$ véges kell hogy legyen, ezért $n_s \to 0,\ s \to \infty$ esetén, következésképpen $-N_1B_1n_1 + N_2A_2(V/h\nu) = 0$, és $N_1B_1n_{s+1} - N_2B_2n_s = 0$. Az első szerint, ha figyelembe vesszük az eltolódási törvényt,

$$g_1B_1n_1 = g_2B_2 \cdot \frac{A_2}{B_2}e^{-h\nu/kT} \cdot \frac{V}{h\nu} \to\ g_1B_1 = g_2B_2,\ \frac{A_2}{B_2} = \alpha\nu^3\ ,\ n_1 = \frac{\alpha}{h}\nu^2 e^{-h\nu/kT}V. \qquad (8.8)$$

Általánosan $n_s h\nu = \alpha\nu^3 e^{-sh\nu/kT}V$. A teljes energiasűrűség

$$E/V = nh\nu/V = \alpha\nu^3\sum_{s=1}^{\infty}e^{-h\nu/kT} = \frac{\alpha\nu^3}{e^{h\nu/kT} - 1}, \qquad (8.9)$$

ami a Planck-formula.

9. Kvantumelmélet. A sugárzási tér kvantálása.

A “Kvantumoptika” szót tudomásunk szerint Gregor Wentzel a “Zur Quantenoptik.” című közleményében használta először, melynek kézirata 1924. február 2-án érkezett be a Zeitschrift für Physik szerkesztőségébe[45]. Ebben a cikkben egy emitter által kibocsájtott, s valamilyen abszorberhez megérkező részecske átmenetének valószínűségét különböző pályákhoz rendelt valószínűségi amplitúdók összegének abszolútérték négyzeteként számolja ki, úgy, hogy az amlitúdók fázisában a pályához tartozó hatás és a Planck-féle kvantum hányadosa szerepel. Alapformulái megegyeznek Feynman 1948-ban publikált pályaintegráljaival, amelyekről tudjuk, hogy a szokásos kvantummechanikai amplitúdókkal egyező eredményt adnak. Heisenberg híres dolgozata [46] a mátrixmechanikáról 1925. július 29-én, Schrödinger első közleménye [47] a hullám-mechanikáról pedig 1926. január 27-én érkezett be, úgyhogy Wentzelt tekinthetjük az elsőnek, aki az új fizika jelenségeinek leírásához egy elvileg helyes kvantitatív módszert dolgozott ki. Az hogy ez a fontos munka feledésbe merült, valószínűleg annak a következménye, hogy, egyrészt a pályaintegrálos módszer matematikailag lényegesen nehezebb mint Schrödinger vagy Heisenberg módszere, másrészt a kortársak és talán maga Wentzel sem ismerte fel akkor igazi jelentőségét.

A térkvantálás ma is érvényes módszerét először Born, Heisenberg és Jordan [48] publikálták 1926-ban. Módszerük működőképességét azzal illusztrálták, hogy sikerült levezetniük az Einstein-féle fluktuációs formula mindkét tagját egyazon modell keretében. Tehát tulajdonképpen már rendelkezésre állt egy formalizmus, amellyel a fizikai objektumok részecskeszerű és hullámszerű viselkedése egy egységes egésszel, a kvantált térrel leírható. A fizikai tér továbbra is kontinuum, abban az értelemben, hogy egy olyan végtelen szabadsági fokú rendszer amelynek az euklideszi geometriai tér minden pontjában megfelel egy dinamikai változó, amely az idő függvénye (ez legalábbis így van a nemkovariáns megfogalmazásban). A kvantálás során ezeket a dinamikai változókat kvantummechanikai változókkal váltjuk fel úgy, hogy a kanonikusan konjugált párokra előírjuk a Heisenberg-féle felcserélési összefüggéseket. Az eljárást nagymértékben egyszerűsíti, ha a szabadsági fokok csak megszámlálhatóan végtelen sokan vannak. Például ez a helyzet akkor, ha a Maxwell-tér egy üregbe van bezárva. Ekkor a teret kifejthetjük az üreg normálmódusai szerint, amelyek a megfelelő peremfeltételeket kielégítik. Szabad térben periodikus határfeltételt írunk elő. Dirac ezt a módszert alkalmazta 1927-ben megjelent alapvető munkájában [49]. A kovariáns kvantumelektrodinamika alapegyenleit Heisenberg és Pauli vezették le 1929-ben, s ezután az elmélet folyamatosan fejlődött egyre szélesebbkörű sikeres alkalmazásokkal, mintegy prototípussá vált az általános kvantumtérelmélet számára. Ennek talán egyik legszebb eredménye a Pauli által nagyon általános feltételek mellett bebizonyított tétel a spin és a statisztika kapcsolatáról : az egész spinű részecskék bozonok, a feles spinűek fermionok. Az alapművek közül több együtt megtalálható Schwinger válogatásásában [50]. Nem célunk itt kitérni ezekre a fejleményekre, hanem csak a formalizmus néhány olyan alapvető eszközét mutatjuk be, amelyek a kvantumoptikában és a kvantumelektronikában használatosak, elsősorban a koincidencia-kísérletek elemzésében.

A fény elektromos vektora ebben a felfogásban hasonló alakú a Maxwell- elméletben használatos kifejezéssel,

$$\hat{E} = i\sum_k \sqrt{2\pi\hbar\omega_k}[\vec{u}_k(\vec{r})\hat{a}_k e^{-i\omega_k t} - \vec{u}_k^*(\vec{r})\hat{a}_k^+ e^{+i\omega_k t}] \equiv \hat{E}^{(+)} + \hat{E}^{(-)}, \tag{9.1}$$

ahol az $\vec{u}_k(\vec{r})$ módusfüggvények a $(\nabla^2 + \omega_k^2/c^2)\vec{u}_k(\vec{r}) = 0$ vektor Helmholtz-egyenlet megfelelő peremfeltételeket kielégítő ortonormált megoldásai. A különbség abban áll, hogy az $\hat{a}_k$ kvantált amplitúdók operátorok, és kielégítik az $[\hat{a}_k, \hat{a}_l^+] = \delta_{kl}$ felcserélési relációt. Itt bevezettük még az elektromos térerősség pozitív frekvenciás ($e^{-i\omega_k t}$ időfüggést tartalmazó) és negatív frekvenciás ($e^{+i\omega_k t}$ időfüggést tartalmazó) komponensének operátorát. A sugárzási tér összenergiájának operátora

$$(1/8\pi)\int d^3r(\hat{E}^2 + \hat{B}^2) = \sum_k \hbar\omega_k(\hat{a}_k^+\hat{a}_k + 1/2), \tag{9.2}$$

ahol $\sum_k \hbar\omega_k(1/2)$ a zérusponti energia. Jól ismert, hogy az $\hat{a}_k^+\hat{a}_k$ operátorok sajátértékei nemnegativ egész számok, tehát a sugárzási tér energiaspektruma diszkrét. A megfelelő állapotokat $|n_k\rangle$ ket-el jelölve a számoperátorok sajátérték egyenlete a következő

$\hat{a}_k^+\hat{a}_k|n_k\rangle = n_k|n_k\rangle,\quad n_k = 0,1,2,...,\forall k$. Megjegyezzük, hogy a módusindexet egyszerűen k - val jelöltük, tehát például egy $\vec{k}$ hullámvektorú, és s polarizációs indexű síkhullám módusra $k \equiv (\vec{k}, s)$. Ha a k módus az $|n_k\rangle$ számsajátállapotban van, akkor azt mondjuk, hogy a kvantálási térfogatban n_k számú $\vec{k}$ hullámvektorú és $\vec{\varepsilon}(\vec{k}, s)$ polarizációjú foton van. A módus természetesen egy

$$|\psi_k\rangle = \sum_{n_k=0}^{\infty} c_{n_k}|n_k\rangle \tag{9.3}$$

szuperponált állapotban is lehet, ekkor $|c_{n_k}|^2$ adja meg annak valószínűségét, hogy az adott módusban n_k foton van. Nagyon sok gyakorlatilag fontos esetben a kvantumrendszer nem jellemezhető egy tiszta állapottal, hanem a tiszta állapotok valamilyen P_ψ statisztikus súlyokkal rendelkező sokaságával. Ekkor egy O fizikai mennyiség várható értéke

$\langle \mathrm{O}\rangle = \sum_\psi P_\psi \langle\psi|\hat{\mathrm{O}}|\psi\rangle,\quad \sum_\psi P_\psi = 1$. A $\hat{\rho} = \sum_\psi |\psi\rangle P_\psi \langle\psi|$ sűrűségoperátor bevezetésével az előbbi összeg a következő alakra hozható $\langle \mathrm{O}\rangle = Tr(\hat{\rho}\hat{\mathrm{O}})$, ahol "$Tr$" az állapottérre vett spúrképzést jelenti. A kvantált tér teljes állapota a módusokhoz tartozó Hilbert-terek direkt szorzatának valamelyik eleme. Az $\hat{a}_k$ operátorok a tekintett módus fotonszám sajátállapotait eggyel kisebb indexű állapotba transzformálják, vagyis a módusok gerjesztettségét csökkentik (az alapállapotot a nullvektorba viszik át), $\hat{a}_k|n_k\rangle = \sqrt{n_k}|n_k - 1\rangle$. Az $\hat{a}_k^+$ fotonkeltő operátorok a gerjesztettséget 1-el növelik, $\hat{a}_k^+|n_k\rangle = \sqrt{n_k + 1}|n_k + 1\rangle$. Látjuk, hogy az elektromos térerősség $\hat{\vec{E}}^{(+)}$ pozitív frekvenciás része csak eltűntető (abszorpciós) operátorokat, és $\hat{\vec{E}}^{(-)}$ csak keltő (emissziós) operátorokat tartalmaz.

A fenti szűkebb értelemben vett kvantumelektrodinamikai felfogásban tehát a foton – kissé szabadon fogalmazva – maga a kvantált módus, ami alatt azt értjük, hogy klasszikus térként terjed, de részecskeként abszorbeálódik. E megfogalmazás "fából vaskarika", ugyanakkor nem szabad megfeledkeznünk arról, hogy ezt egy olyan precíz matematikai formalizmus támogatja, amely a kísérleti eredményekkel számszerű egyezést ad. Dirac híres kijelentése [51], miszerint "Each photon then interferes only with itself. Interference between two different photons never occurs." szerintünk azt fogalmazza meg, hogy a foton szigorú kvantumelektrodinamikai definíciójában már benne van a peremfeltételekkel meghatározott interferenciaminta figyelembevétele is. Ha például egy Young-féle berendezésben vizsgáljuk a teret, akkor olyan módusok jöhetnek szóba, amelyek úgy elégítik ki a peremfeltételeket, hogy a berendezés lemezén lévő két lyuk jelenléte már figyelembe van véve a módusfüggvényben, amely a lehetséges téreloszlást (interferenciamintát) tartalmazza. Azzal, hogy ezután az amplitúdót megkvantáljuk, már eleve olyan lehetséges gerjesztéseket veszünk figyelembe, amelyek a mintára vonatkozó információt már tartalmazzák. Az persze már egy más kérdés, hogy milyen pontossággal tudjuk meghatározni a módusfüggvényt. Ha egy emitter (atom) gerjeszti a teret, "kibocsájt egy fotont", akkor ez nem azt jelenti, hogy a kibocsájtott energia instantán bárhol hozzáférhető abban a teljes tartományban ameddig a térbeli módus kiterjed. Fermi alapvető cikkében 1932-ban bebizonyította [54], hogy a forrástól r távolságra lévő abszorber (detektor-atom) a kibocsájtás kezdetét csak r/c késleltetési idő múlva kezdi "észlelni". Mivel a kibocsájtás valamilyen véges ideig tart, ezért az emitter valójában egy módussokaságot gerjeszt különböző frekvenciákkal. Ez a kombinált térbeli és időbeli gerjesztés egy olyan konfigurációt hoz létre, hogy az elektromágneses sugárzás perturbációja a vákuumbeli fénysebességgel terjed. Magyar és Mandel kísérlete [52], amelyben két független lézerforrás tranziens interferenciáját észlelték, egyáltalán nem mond ellent Dirac fenti kijelentésének. A vizsgált frekvenciasáv minden egyes frekvenciájához tartozó foton módusfüggvénye a lézerek által gerjesztett módusfüggvények szuperpozíciója volt. Természetesen ha például ezek a módusfüggvények ortogonálisak, akkor nem lép fel interferencia, amint azt a szerzők is hangsúlyozzák. Az interferenciakép észleléséhez az is szükséges volt, hogy a megfigyelési idő nagyobb legyen mindkét nyaláb reciprok sávszélességénél.

10. Kvantum koherenciafüggvények.

Az elektromos térnek, vagy a mágneses indukciónak a kvantumelektrodinamikai leírásban nincs aktuális értéke, tulajdonságaik (például fluktuációik) csak akkor jutnak érvényre (a tér állapotain keresztül), ha kölcsönhatásba lépnek az elektromos részecskékkel. Glauber megmutatta [53], hogy bizonyos feltételek mellett, annak az időegységre eső valószínűsége, hogy az $(\vec{r}, t)$ helyen és időben lévő ideális pontszerű detektor (atom) abszorbeál egy fotont, s ezáltal keletkezik egy fotoelektron, egyenlő a következővel

$$w = s\langle E^{(-)}(\vec{r}, t)E^{(+)}(\vec{r}, t)\rangle = sTr[\hat{\rho}E^{(-)}(\vec{r}, t)E^{(+)}(\vec{r}, t)], \tag{10.1}$$

ahol s a detektorra jellemző paraméter, és E a térerősségnek az atomi elektron átmeneti dipólmomentumával párhuzamos komponense. A $\hat{\rho}$ sűrűségoperátor a tér kezdeti állapotát jellemzi általános esetben. Tekintsük most két különböző helyen lévő az előbbiekben leírt detektort. Ezzel az elrendezéssel koincidencia, illetve késletetett koincidencia méréseket is el tudnánk elvileg végezni. Belátható, hogy annak az együttes időegységre eső átmeneti valószínűsége, hogy az 1-es detektor az $\vec{r}_1$ helyen és t_1 időpontban és a 2-es detektor az $\vec{r}_2$ helyen és t_2 időpontban egy-egy fotont abszorbeál, a következő formulával adható meg :

$$\begin{aligned} w_2 &= s^2\left\langle E^{(-)}(\vec{r}_1,t_1)E^{(-)}(\vec{r}_2,t_2)E^{(+)}(\vec{r}_2,t_2)E^{(+)}(\vec{r}_1,t_1)\right\rangle = \\ & s^2 Tr[\hat{\rho}E^{(-)}(\vec{r}_1,t_1)E^{(-)}(\vec{r}_2,t_2)E^{(+)}(\vec{r}_2,t_2)E^{(+)}(\vec{r}_1,t_1)] \end{aligned} . \qquad (10.2)$$

A sugárzási tér különböző téridőpontokbeli korrelációjának jellemzésére természetes módon adódik a most bevezetendő kvantum koherencia függvények használata.
Az (n+m)-edrendű koherencia függvény definíciója a következő,

$$\begin{aligned} G^{(n,m)}(x_1,...,x_n;x_{n+1},...,x_{n+m}) &\equiv \left\langle E^{(-)}(x_1)...E^{(-)}(x_n)E^{(+)}(x_{n+1})...E^{(+)}(x_{n+m})\right\rangle = \\ & Tr[\rho E^{(-)}(x_1)...E^{(-)}(x_n)E^{(+)}(x_{n+1})...E^{(+)}(x_{n+m})], \end{aligned} \qquad (10.3)$$

ahol a jobb áttekinthetőség kedvéért x_i -vel jelöltük az $(\vec{r}_i,t_i)$ téridőpontokat. Tehát egy n -edrendű koincidencia a $G^{(n,n)}(x_1,...,x_n;x_n,...,x_1)$ függvénnyel jellemezhető. A fenti egyenletben a téroperátorok azonos polarizációjú komponensei szerepelnek. Ha különböző polarizációs irányokat is figyelembe veszünk, akkor $G^{(n,m)}$ helyett egy koherenciatenzort kell definiálnunk. Bebizonyítható, hogy egy Young-típusú kísérletben az interferenciacsíkok láthatósága, $l \equiv (I_{\max} - I_{\min})/(I_{\max} + I_{\min})$, a felfogó ernyő egy adott helyén megegyezik a $g^{(1,1)}$ normált koherenciafüggvény abszolútértékével, pontosabban

$$l(x) = \left|g^{(1,1)}(x_1;x_2)\right| , \qquad g^{(1,1)}(x_1;x_2) \equiv \frac{G^{(1,1)}(x_1;x_2)}{\left[G^{(1,1)}(x_1;x_1)\cdot G^{(1,1)}(x_2;x_2)\right]^{1/2}} , \qquad (10.4)$$

ahol $x = (\vec{r},t)$ az észlelési téridőpont, és $x_1 = (\vec{r}_1, t - t_1)$, $x_2 = (\vec{r}_2, t - t_2)$. Itt $\vec{r}_1$, $\vec{r}_2$ a két rés helyvektora, és $t_{1,2} \equiv |\vec{r} - \vec{r}_{1,2}|/c$ a megfelelő késleltetési idők. Általánosan igaz, hogy $\left|g^{(1,1)}\right| \le 1$. Ha az egyenlőség teljesül, akkor (10.4) szerint maximális láthatóságú az interferenciakép. Ennek szükséges és elégséges feltétele, hogy $G^{(1,1)}$ a $V^*(x_1)V(x_2)$ szorzatalakba írható legyen, ahol a $V(x)$ függvény egy lényegtelen fázisfaktortól eltekintve egyértelműen meghatározott. Ebben az esetben a sugárzási teret elsőrendben koherensnek nevezzük, ugyanis az interferenciakép láthatósága ekkor maximális, nevezetesen $l = 1$. Ha ez fennáll a (10.2)-nek megfelelő esetben, akkor a

$$g^{(2,2)}(x_1,x_2;x_2,x_1) \equiv \frac{G^{(2,2)}(x_1,x_2;x_2,x_1)}{G^{(1,1)}(x_1;x_1)\cdot G^{(1,1)}(x_2;x_2)} \qquad (10.5)$$

normált koherencia függvény egységnyi. Ha ez a faktorizálás bármely (10.3) általános $G^{(n,m)}$ függvényre lehetséges, akkor azt mondjuk, hogy a sugárzás *teljesen koherens* . Ennek elégséges feltétele, hogy a tér valamilyen $|V\rangle$ tiszta állapotára fennálljon az $E^{(+)}(x)|V\rangle = V(x)|V\rangle$ sajátérték-egyenlet. Ez azt jelenti, hogy mindegyik módusra teljesül a következő : $\hat{a}|\alpha\rangle = \alpha|\alpha\rangle$, ahol α valamilyen komplex szám (az áttekinthetőség kedvéért a továbbiakban egy módussal foglalkozunk, és a módusindexet nem tűntetjük fel). Az $|\alpha\rangle$ sajátállapotokat *koherens állapotoknak* nevezzük. A koherens állapotok $\langle x|\alpha\rangle$ "koordináta-reprezentációbeli" kifejezését Schrödinger már 1926-ban publikálta [55]. Ezek a lineáris oszcillátor olyan hullámcsomagjai, melyeknek centruma pontosan követ egy lehetséges makroszkopikus rezgést, s alakjukat nem változtatják. 1927-ben Markov bebizonyította [56], hogy ha feltesszük, hogy egy általános hullámcsomag szórása minimális, akkor megkapjuk a Schrödinger-féle koherens állapotot. A módus Fock-terében $|\alpha\rangle$ konkrét alakja

$$|\alpha\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle \; e^{-\frac{1}{2}|\alpha|^2} , \qquad p_n \equiv |\langle n|\alpha\rangle|^2 = \frac{\lambda^n}{n!} e^{-\lambda} \;, \quad \lambda \equiv |\alpha|^2 = \bar{n} \;. \tag{10.6}$$

Látjuk tehát, hogy koherens állapotban a módus fotonszámeloszlása Poisson-eloszlás, $\lambda = \bar{n}$ várhatóértékkel, és $(\Delta n)^2 = \bar{n}$ szórásnégyzettel.

Vizsgáljuk most a tér adott pontjában a sugárzás intenzitásának $\langle I(t)I(t+\tau)\rangle$ autokorrelációs függvényét. Ez a mennyiség annak az valószínűségét méri, hogy a t időpontban detektáltunk egy fotont, és a $t+\tau$ időpontban egy újabbat. A fentiek szerint ezt a korrelációt a (10.2)-ben megadott függvény adja meg,

$$g^{(2,2)}(\tau) = \frac{\langle E^{(-)}(t)E^{(-)}(t+\tau)E^{(+)}(t+\tau)E^{(+)}(t)\rangle}{\langle E^{(-)}(t)E^{(+)}(t)\rangle^2} \to$$

$$g^{(2,2)}(0) = \frac{\langle \hat{a}^+\hat{a}^+\hat{a}\hat{a}\rangle}{\langle \hat{a}^+\hat{a}\rangle^2} = 1 + \frac{(\Delta n)^2 - \bar{n}}{(\bar{n})^2} = 1 + \frac{(\Delta E_1)^2 - h\nu \bar{E}_1}{(\bar{E}_1)^2} \,, \tag{10.7}$$

ahol a $\tau \to 0$ határátmenetet egy módusra írtuk fel, és bevezettük a detektálási pont valamilyen kis környezetében lévő E_1 energiát. A fenti összefüggés klasszikus megfelelelője

$$g_{cl}^{(2,2)}(0) = 1 + \frac{(\Delta E_1)^2}{(\bar{E}_1)^2} \,. \tag{10.8}$$

A (10.7) formula szerint a kvantum korrelációs függvényben az energia teljes $(\Delta E_1)^2$ fluktuációjának és a $h\nu\bar{E}_1$ részecske típusú fluktuációnak a különbsége szerepel, az is mondhatnánk, hogy a korreláció a hullámtípusú fluktuációkkal kapcsolatos. A (10.8) klasszikus formula pont ezt fejezi ki. Mivel *koherens állapotban* $(\Delta n)^2 = \bar{n}$, ez azt jelenti, hogy csak részecske típusú fluktuáció van, és $g^{(2,2)}(0) = 1$. A *klasszikus* esetben értelemszerűen csak hullám típusú fluktuáció van, viszont ez *stabil* terek esetén eltűnik, tehát ugyanaz az eredmény, $g_{cl}^{(2,2)}(0) = 1$. *Termikus sugárzás* esetében a Planck-formulánál származtatott (2.3) Bose-eloszlással kiszámoljuk a fotonszám szórásnégyzetét, $(\Delta n)^2 = (\bar{n})^2 + \bar{n}$, akkor ebből, a (4.4) Einstein-féle fluktuációs formula adódik egy módusra. Megint csak a hullám típusú fluktuációs tag marad meg a korrelációban, ez pedig mind a kvantumos mind a klasszikus esetben $(\bar{E}_1)^2$-nek adódik, amint azt a 2. fejezetben láttuk. Most is egyenlő értékeket kapunk $g^{(2,2)}(0) = 2 = g_{cl}^{(2,2)}(0)$. Ha a részecske fluktuáció túlszárnyalja a hullám típusút, akkor, mint az (10.7) utolsó egyenletéből látszik, a korrelációs függvény egynél kisebb értékeket is felvehet. Ez klasszikus tér esetén nem valósulhat meg, úgyhogy logikus az ilyen sub-poissoni állapotokat egyfajta *nemklasszikus állapotoknak* nevezni. A jelenséget fotonritkulásnak nevezzük, mert itt a fotonok együttes detektálási esélye kisebb, mint a ritka eseményekből adódó Poisson-eloszlásé. Ilyen korrelációkat először H. J. Kimble, M. Dagenais és L. Mandel [57] mértek 1977-ben. Talán a legismertebb nemklasszikus állapotok [58] az ún. "összenyomott állapotok" ("squeezed states"), melyeknek önmagukban is kiterjedt irodalmuk van [59]. A kvantumoptika további problémáinak tanulmányozásához számos mű közül választhatunk [60-62]. A kvantumelektrodinamikával, és kvantumtérelmélettel foglalkozó több kíváló monográfia áll rendelkezésre, néhányat itt mindössze példaként sorolunk fel [63-67]. A kvantummechanika történetével kapcsolatos hasznos olvasmány I. M. Duck és E. C. G. Sudarshan [68] könyve, s természetesen Simonyi Károly [8] felülmúlhatatlan remekműve.

11. Záró megjegyzések

A jelen munkában sok olyan témát nem érintettünk, amelyek többé-kevésbé idetartoztak volna, azonban részben terjedelmi okokból kimaradtak. Ilyenek például : módussűrűség tetszőleges közegben, koherencia és entrópia, entrópiaváltozás interferenciajelenségeknél, az akkumulációs idő kérdése a fotoeffektusnál, a foton kvantummechanikája és hullámfüggvénye, gömbfotonok, a foton spinje, a Fock-reprezentáció matematikai háttere, a foton fázisoperátora, kvázivalószínűségeloszlások, mértékinvariancia és relativisztikus kovariancia, longitudinális és skaláris fotonok, a töltések távolhatásának kérdése, kooperatív jelenségek, szuperradiancia, lézerműködés, a szemiklasszikus elméletek és a kvantumelektrodinamika eredményeinek összehasonlítása, nemlineáris optika, parametrikus folyamatok, foton és információ, EPR-korrelációk [69-76]. A válogatás természetesen szubjektív volt, ugyanakkor azt mindenképpen igyekeztünk szem előtt tartani, hogy legalább a foton kezdeti legfontosabb lépéseit nyomon kövessük, és lehetőleg hűen bemutassuk a Mesterek eredeti munkái alapján.

Köszönetnyilvánítás
Ezúton is szeretném köszönetemet kifejezni az MTA Központi Fizikai Kutatóintézete Könyvtára munkatársainak, akik az általam felhasznált eredeti forrásmunkák megszerzésében sokat segítettek. A jelen munka az Országos Tudományos Kutatási Alap OTKA T048324 számú pályázat részbeni támogatásával készült. Ez az anyag szolgált alapul az azonos című előadáshoz, amelyet az Eötvös Lóránd Fizikai Társulat Kvantumelektronikai Szakcsoportja által szervezett VII. Kvantumelektronikai Iskolán (Balatonfüred, 2005. május 31-június 3.) tartottam. Az Iskola kiadványában a többi előadással együtt 2005. június közepén megjelenik. Angol nyelven az Acta Physica Hungarica B, Quantum Electronics kötetében közöljük ez évben. Az anyag jelentős része elhangzott az "1905 : Einstein csodálatos éve. I : A fotonkoncepció kialakulása" című MTA SZFKI szemináriumi előadáson 2005. június 7-én, a "2005 – A Fizika Nemzetközi Éve" rendezvénysorozat részeként.

Irodalomjegyzék

[1] A. Einstein : Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt. Ann. der Phys. **17** , 132-148 (1905) (Eing. 18. März 1905.)
[2] A. Einstein : Über die von der molekularkinetischen Theorie der Wärme geforderte Bewegung von in ruhenden Flüssigkeiten suspendierten Teilchen. Ann. der Phys. **17** , 549-560 (1905) (Eingegangen 11. Mai 1905.)
[3] A. Einstein : Zur Elektrodynamik bewegter Körper. Ann. der Phys. **17** , 891-921 (1905) (Eingegangen 30. Juni 1905.)
[4] A. Einstein : Ist die Trägheit eines Körpers von seinem Energieinhalt abhängig? Ann. der Phys. **18** , 639-641 (1906) (Eingegangen 27. September 1905.)
[5] A. Einstein : Zur Theorie der Brownschen Bewegung. Ann. der Phys. **19** , 371-381 (1906) (Eingegangen 19. Dezember 1905.)
[6] A. Einstein : Zur Theorie der Lichterzeugung und Lichtabsorption. Ann. der Phys. **20** , 199-206 (1906) (Eingegangen 13. März 1906.),
[7] G. N. Lewis : The conservation of photons. Nature **118** , 874-875 (1926)
[8] Simonyi Károly : **A Fizika Kultúrtörténete.** (Gondolat Kiadó, Budapest, 1978)
[9] Sir Edmund Whittaker : **A History of the Theories of Aether and Electricity. II.** , The Modern Theories. (Thomas Nelson and Sons Ltd, London, 1953)

[10] John Stachel (szerk.) : **Einstein csodálatos éve.** (Akkord Kiadó, Budapest, 2004)
[11] M. Planck : Ueber das Gesetz der Energieverteilung im Normalspektrum. Ann. der Phys. **4** , 553-563 (1901)
[12] M. Planck : **Theorie der Wärmestrahlung.** (Johann Ambrosius Barth-Verlag, Leipzig, 1906/66)
[13] M. Planck : Ueber irreversible Strahlungsvorgänge. Ann. der Phys. **1** , 69-122 (1900)
[14] H. Rubens und F. Kurlbaum : Anwendung der Methode der reststrahlen zur Prüfung des Strahlungsgesetzes. Ann. der Phys. **2** , 649-666 (1901)
[15] O. Lummer und E. Pringsheim : Kritisches zur schwarzen Strahlung. Ann. der Phys. **6** , 192-210 (1901)
[16] P. Lenard : Ueber die lichtelektrische Wirkung. Ann. der Phys. **8** , 149-198 (1902)
[17] A. Einstein : Zum gegenwärtigen Stand des Strahlungsproblems. Phys. Zeitschr. **10** , 185-193 (1909)
[18] W. Bothe : Die räumliche Energieverteilung in der Hohlraumstrahlung. Zeitschr. für Phys. **XX** , 145-152 (1923)
[19] Rényi Alfréd : **Valószínűségszámítás.** (Tankönyvkiadó, Budapest, 1968)
[20] H. Bateman : The Mathematical Analysis of **Electrical and Optical Wave-Motion** on the Basis of Maxwell's Equations. (Dover Publications, New York, 1955 / 1915)
[21] C. W. Oseen : Die Einsteinsche Nadelstichstrahlung und die Maxwellschen Gleichungen. Ann. der Phys. **69** , 202-204 (1922)
[22] L. S. Ornstein und H. C. Burger : Die Dimension der Einsteinsche Lichtquanten. Zeitschr. für Physik **20** , 345-357 (1923)
[23] M. v. Laue : Die Freiheitsgrade von Strahlenbündeln. Ann. der Phys. **44**, 1197-1212 (1915)
[24] Selényi Pál : Über Lichtzerstreuung im Raume Wienersche Interferenzen und neue, diesen reziproke Interferenzerscheinungen. Ann. der Phys. **35** , 444-460 (1911)
[25] E. Schrödinger : Über die Kohärenz in weitgeöffneten Bündeln. Ann. der Phys. **61** , 69-86 (1920)
[26] L. de Broglie : A tentative theory of light quanta. Phil. Mag. **47**, 446-463 (1924)
[27] A. H. Compton : The spectrum of secondary X-rays. Phys. Rev. **19** , 267-268 (1922)
[28] A. H. Compton : A quantum theory of the scattering of X-rays. Phys. Rev. **21**, 483-502 (1922)
[29] E. Schrödinger : Über den Comptoneffekt. Ann. der Phys. **82** , 257-264 (1926)
[30] O. Klein und Y. Nishina : Über die Streuung von Strahlung durch freie Elektronen nach der neuen relativistischen Quantendynamik von Dirac. Zeitschr. für Phys. **52** , 853-877 (1929)
[31] W. Bothe und H. Geiger : Ein Weg zur experimentellen Nachprüfung der Theorie von Bohr, Kramers und Slater. Zeitschr. für Phys. **26** , 44-44 (1924)
[32] A. H. Compton and A. W. Simon : Directed quanta of scattered X-rays. Phys. Rev. **26** , 289-299 (1925)
[33] N. Bohr, H. A. Kramers und J. C. Slater : Über die Quantentheorie der Strahlung. Zeitschr. für Phys. **24** , 69-87 (1924)
[34] A. J. Dempster and H. F. Batho : Light quanta and interference. Phys. Rev. **30**,644-648 (1927)
[35] A. Ádám, L. Jánossy und P. Varga : Beobachtungen mit dem Elektronenvervielfacher an kohärenten Lichtstrahlen. Ann. der Phys. **16** , 408-413 (1955)
[36] E. Brannen and H. I. S. Ferguson : The question of correlation between photons in coherent light waves. Nature **178** , 481-482 (1956)
[37] L. Jánossy and Zs. Náray : The interference phenomena of light at very low intensities. Acta Phys. Hung. **VII** , 403-425 (1957)

[38] J. D. Franson and K. A. Potocki : Single-photon interference over large distances. Phys. Rev. **A37** , 2511-2515 (1988)
[39] A. Einstein : Zur Quantentheorie der Strahlung. Phys. Zeitschr. **XVIII** , 121-128 (1917)
[40] R. Frisch : Experimentelle Nachweis des Einsteinschen Strahlungsrückstoβes. Zeitschr. für Physik **86** , 42-48 (1933)
[41] J.-L. Piqué and J.-L. Vialle : Atomic-beam deflection and broadening by recoils due to photon absorption or emission. Optics Comm. **5** , 402-406 (1972)
[42] R. Schneider, H. Walther and L. Wöste : Atomic beam deflection by the light of a tunable dye laser. Optics Comm. **5** , 337-340 (1972)
[43] E. M. Purcell : Spontenous emission probabilities at radio frequencies. Phys. Rev. **69** , 681 (1946)
[44] W. E. Lamb : Anti-photon. Appl. Phys. **B60** , 77-84 (1995)
[45] G. Wentzel : Zur Quantenoptik. Zeitschr. für Physik **22** , 193-199 (1924)
[46] W. Heisenberg : Über quantentheoretische Umdeutung kinematischer und mechanischer Beziehungen. Zeitschr. für Physik **33** , 879-893 (1925),
[47] E. Schrödinger : Quantisierung als Eigenwertproblem. Ann. der Phys. **79**,361-376 (1926)
[48] M. Born, W. Heisenberg und P. Jordan : Zur Quantenmechanik. II. Zeitschr. für Physik **33** , 557-615 (1926),
[49] P. A. M. Dirac : The quantum theory of the emission and absorption of radiation. Proc. Roy. Soc. of London, Ser. A, **114** , 243-256 (1927)
[50] J. Schwinger (Editor) : **Selected Papers on Quantum Electrodynamics.** (Dover Publications, New York, 1958)
[51] P. A. M. Dirac : **The Principles of Quantum Mechanics.** (Clarendon Press, Oxford, 1930, 1935, third edition 1947)
[52] G. Magyar and L. Mandel : Interference fringes produced by superposition of two independent maser light beams. Nature **198** , 255-256 (1963)
[53] R. J. Glauber : The quantum theory of optical coherence. Phys. Rev. **130** , 2529-2539 (1963) ; **131** , 2763-2788 (1963)
[54] E. Fermi : Quantum theory of radiation. Rev. Mod. Phys. **4** , 87-132 (1932)
[55] E. Schrödinger : Der stetige Übergang von der Mikro- zur Makromechanik. Die Naturwissenschaften, **14** , 664-666 (1926)
[56] A. Markoff : Über eine Minimumeigenschaft der Schrödingerschen Wellengruppen. Zeitschr. für Physik **42** , 637-640 (1927)
[57] H. J. Kimble, M. Dagenais and L. Mandel : Photon antibunching in resonance fluorescence. Phys. Rev. Lett. **39** , 691-695 (1977)
[58] V. V. Dodonov and V. I. Man'ko : **Theory of nonclassical states of light.** (Taylor & Francis, London, 2003)
[59] J. Janszky and A. V. Vinogradov : Squeezing via one-dimensional distribution of coherent states. Pys. Rev. Lett. **64** , 2771-2774 (1990)
[60] R. Loudon : **The Quantum Theory of Light.** (Clarendon Press, Oxford, 1973),
[61] D. Marcuse : **Principles of Quantum Electronics.** (Academic Press, New York, 1980)
[62] W. P. Schleich : **Quantum Optics in Phase Space.** (Wiley-VCH, Berlin, 2001)
[63] W. Heitler : **A Sugárzás Kvantumelmélete.** (Akadémia Kiadó, Budapest, 1959),
[64] M. Jauch and F. Rohrlich : **The Theory of Photons and Electrons.** (Addison-Wesley, Cambridge, 1955)
[65] A. Ahiezer és V. Beresztyeckij : **Kvantumelektrodinamika.** (Akadémia Kiadó, Budapest, 1961),
[66] I. Bialynicki-Birula and Z. Bialynicki-Birula : **Quantum Electrodynamics.** (Pergamon Press, Oxford, 1975),
[67] G. Wentzel : **Quantum Theory of Fields.** (Interscience Publishers, New York, 1949)

[68] I. M. Duck and E. C. G. Sudarshan : **100 Years of Planck's Quantum.** (World Scientific, Singapore, 2000)
[69] A. Einstein, B. Podolsky and N. Rosen : Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete? Phys. Rev. **47** , 777-780 (1935)
[70] N. Bohr : Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete? Phys. Rev. **48** , 696-702 (1935)
[71] C. S. Wu and I. Shaknov : The angular correlation of scattered annihilation radiation. Phys. Rev. **77** , 136 (1950)
[72] A. Aspect, Ph. Grangier and G. Roger : Experimental realization of Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm Gedankenexperiment : A new violation of Bell's inequalities. Phys. Rev. Lett. **49** , 91-94 (1982)
[73] A. Aspect, J. Dalibard and G. Grangier : Experimental test of Bell's inequality using time-varying analyzers. Phys. Rev. Lett. **49** , 1804-1807 (1982)