A vonzó kölcsönhatás eredete

Legtöbb esetben azt gondoljuk: e-ph kölcsönhatás.

Kísérleti bizonyíték már a BCS elmélet előtt: izotóp effektus

$$T_c \propto \frac{1}{\sqrt{M}}$$

$\leftarrow$ atommag tömege (ugyanazon elem különböző izotópjaira)

$$\frac{1}{2} M \omega^2 = \text{const.}$$ (oszcillátor energiája)

$$\omega \propto \frac{1}{\sqrt{M}}$$

izotóp effektus: $T_c \propto \omega$ (fonon frekv.)

— · —

Elektron-fonon kölcsönhatás a Thomas-Fermi-modellben

Lásd: szilfiz III. jegyzet (Virosztek Attila)

vagy pl. Ashcroft-Mermin, Chapter 26, Phonons in Metals

Csupasz el-el:

nincs ω-függés → pillanatnyi

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} \rightsquigarrow V(q) = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{e^2}{q^2}$$

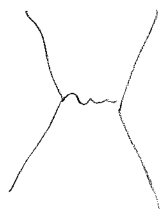
Az elektron-fonon k.h. hatását a dielektromos állandóba építjük be: Effektív el-el k.h.:

$$V(q,\omega) = \frac{e^2}{\epsilon_0 \epsilon(q,\omega) q^2}$$

$$V(q,\omega) = \underbrace{\frac{1}{\varepsilon_0}\frac{q^2}{q^2+k_{TF}^2}}_{\substack{\text{árnyékolt CB} \\ \text{pillanatnyi}}} + \underbrace{\frac{1}{\varepsilon_0}\frac{q^2}{q^2+k_{TF}^2}\cdot\frac{\omega_q^2}{\omega^2-\omega_q^2}}_{\text{el-ph, retardált}}$$

Modell-pot.:

Túlárnyékolás, retardáció



más bozon?, antiferromagnon?

Vonzó kH.

Árnyékolás: $\dfrac{4\pi e^2}{q^2} \to \dfrac{1}{\epsilon}\dfrac{4\pi e^2}{q^2}$

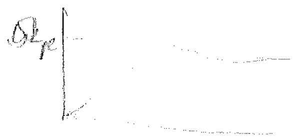
TF   el. plazma frekv.

$$\varepsilon = 1 - \frac{4\pi}{q^2}\left(\chi_{el} + \chi_{ion}\right) = 1 + \frac{k_0^2}{q^2} - \frac{\Omega_{pe}^2}{\omega^2}$$

$$\boxed{\underline{P} = \chi\, \underline{E}}$$

$$\frac{1}{\epsilon}\frac{4\pi e^2}{q^2} = \frac{4\pi e^2}{q^2 + k_0^2\left(1 - \dfrac{\Omega_{pe}^2 q^2}{q^2+k_0^2}\dfrac{1}{\omega^2}\right)}$$

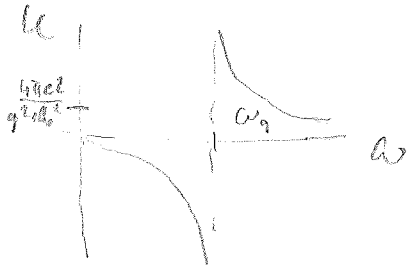
$$\frac{\Omega_{pe}^2 q^2}{q^2+k^2} = \omega_q^2 \quad \text{fonon frekv.}$$



$q \to \infty \qquad \omega_q \to \Omega_{pe}$

$q \to 0 \qquad \omega_q^2 \propto \dfrac{\Omega_{pe}^2}{k_0^2}\, q^2$

$$U^{eff}(q) = \frac{4\pi e^2}{q^2+k_0^2}\,\frac{\omega^2}{\omega^2-\omega_q^2}$$



Fizikai kép, túlárnyékolás, retardáció

vonzó eff. k.h.

Ionok: klasszikus
Elektronok: kvázi-klassz. Fermi-gáz

$$\underbrace{\mu - e|\phi|}_{\text{lokális kémiai pot.}} = \frac{\hbar^2}{2m}\left(3\pi^2 n_e\right)^{2/3}$$

Dielektromos állandó TF-modellben:

$$\epsilon(q,\omega)^{-1} = \frac{\omega^2 q^2}{\omega^2 (q^2 + k_{TF}^2) - \omega_{ip}^2 q^2}$$

$$k_{TF}^2 = \frac{3\pi}{2\epsilon_0} \frac{n_e e^2}{\mu}$$ Thomas–Fermi-hullámszám

$$\omega_{ip}^2 = \frac{n_i^2 Z^2 e^2}{\epsilon_0 M}$$ (csupasz) ion plazma frekv. $\sim 10^{13}\ s^{-1}$

$$\Downarrow$$

$$V(q,\omega) = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{e^2}{q^2 + k_{TF}^2 - \frac{\omega_{ip}^2}{\omega^2} q^2}$$

$$\omega \gg \omega_{ip} \Longrightarrow V(q,\omega) = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{e^2}{q^2 + k_{TF}^2} \qquad V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} e^{-k_{TF} r}$$

Fonon-frekvencia: $V(q,\omega) \Rightarrow \infty$ $1/\epsilon$ pólusa → kollektív el-ion módus: fonon a fémben ω_q

$$\omega_q^2 = \frac{\omega_{ip}^2 q^2}{q^2 + k_{TF}^2}$$

$q \ll k_{TF} \rightsquigarrow \omega_q = \frac{\omega_{ip}}{k_{TF}} q$ ~ akusztikus fonon a fémben

$$\epsilon(q,\omega)^{-1} = \frac{q^2}{q^2 + k_{TF}^2} \left(1 + \frac{\omega_q^2}{\omega^2 - \omega_q^2} \right)$$