1. óra   Kriza@szfki.hu ; 392-2631

Játékszabályok: egyetlen feltétel: vizsga (3 kredit)
(nincs házifeladat, jelenlét ív) 14 előadás (nincs ünnep, szünet)

Honlap: www.szfki.hu/~kriza
mindenki bátran megkereshet

Irodalom: Michael Tinkham: Introduction to Superconductivity

~~matematikai~~ fizikai háttér: másodkvantálás (~~Green fv~~ ← Landau)

- fenomenológia (Landau-egyenletek, stb.)
- BCS elmélet (legnehezebb matematikailag) homogén SC
- Ginzburg-Landau-elmélet inhomogén SC
- egyebek (Josephson-egyenletek, SQUID, stb.)
- magashőmérsékletű szupravezetők

Magyar nyelvű szakirodalom:
- Sólyom Jenő
- Landau VIII (fenomenológia)
  IX (GL elmélet)

Szupravezetés

Mi a szupravezető?

Fenomenologikus definiáló tulajdonságok:

1.) Nulla elektromos ~~(dc)~~ ellenállás

2.) Meissner-effektus v. "~~ideális~~ tökéletes diamágnesség"

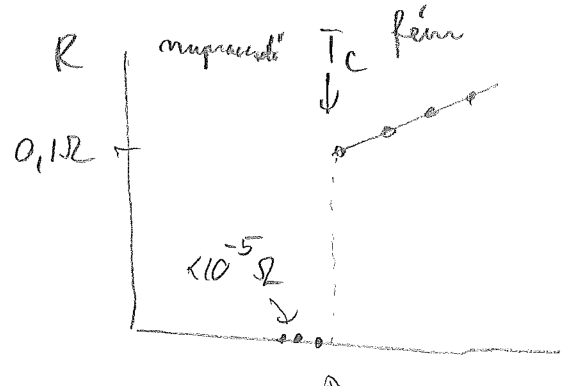
kiszorul a mágneses tér az anyagból

Felfedezése: 1911, Heike Kamerlingh Onnes, Leiden, Hollandia

1908: K.-Onnes, cseppfolyósítja a héliumot → alacsony hőm. fizika kezdete

$p = 1$ bar $\rightarrow T_0 = 4{,}2\,K$ $\quad p < 1$ bar $\rightarrow T_0 < 4{,}2\,K$

1911. Hg minta ellenállása a hőmérséklet fv.-ében



fázisátalakulás (fagyás ugrik pl.)

Néhány SC anyag

		T_c (K)	felfedezés éve	
Onnes	Hg	4.1	1911	Nobel-díj
	Pb	7.2	1913	
	Nb	9.2	1930	– legmagasabb az elemi fémek között
	~~$NbN_{0.96}$~~	~~15.2~~	~~1950~~	
"A15" szerkezet	Nb_3Sn	18.1	1954	– nagy a technikai jelentősége: SC mágnes
	Nb_3Ge	23.2	1973	

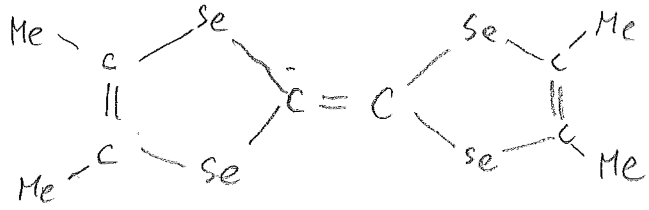
- 1 -

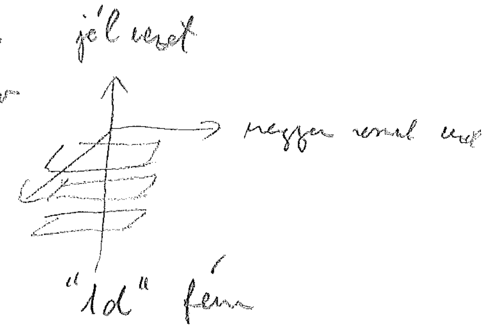
↓

20 T-s szupravezető mágnes készíthető belőle

"Egzotikus szupravezetők"

Szerves szupravezetők $(TMTSF)_2PF_6$, 1984, $T_c \approx 1\,K$, $p = 6$ kbar





A_3C_{60} 3d A = Rb, Cs, 1991

1d
2d

Rb_2CsC_{60}, $T_c = 31\,K$, 1991

Fém-oxid szupravezetők

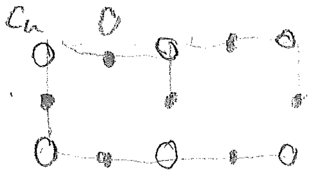
La_2CuO_4

$La_{2-x}Sr_xCuO_4$ $T_c = 35\,K$ G. Bednorz, A. Müller, 1986

$YBa_2Cu_3O_7$ $T_c = 92\,K$ Chu, 1987

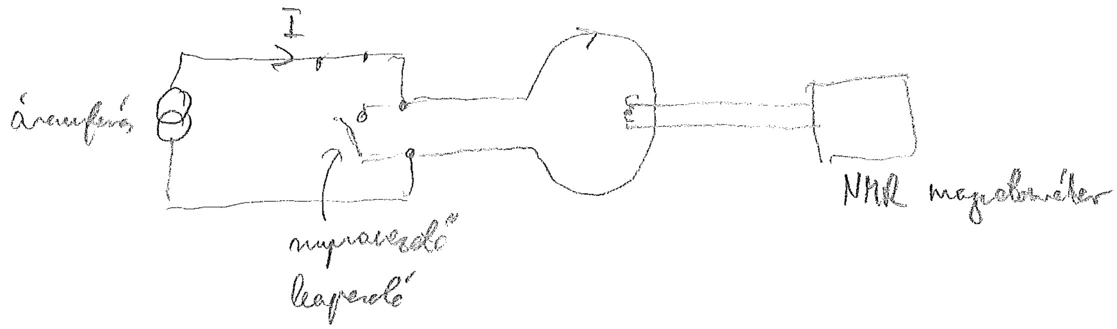
$HgBa_2Ca_2Cu_3O_{8+\delta}$, $p = 30$ GPa, $T_c = 164\,K$, 1994

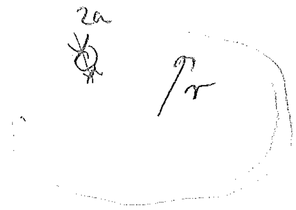
2d szerkezet, CuO_2 síkok:



24×365 = 8000 ~ 10000

Mennyire nulla a nulla ellenállás





$r \gg a$

$$L \approx \mu_0 r \left[\ln(8r/a) - 2\right]$$

$$R = \frac{2r\rho}{a^2\pi}$$

$$\tau = \frac{L}{R}$$

pl. $r = 15$ cm $a = 1.5$ mm

$$\rho\tau = 7\times10^{-10}\ \Omega\,\mathrm{cm\,s}$$

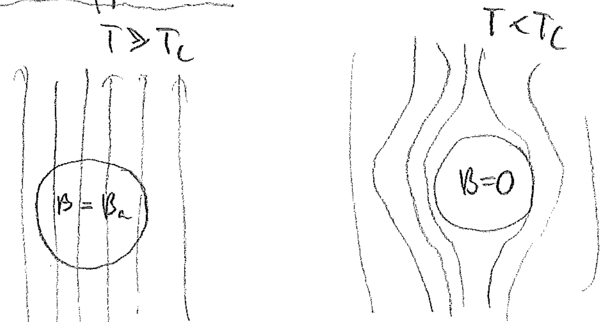
réz $\rho = 1.6\ \mu\Omega\,\mathrm{cm}$ $\rightsquigarrow$ $\tau = 4\times10^{-4}\ \mathrm{s} = 400\ \mu\mathrm{s}$

Szupravezetőknél: $\cancel{\tau > 10^4\ \text{év} \sim 2\times10^9\ \mathrm{s}\ 10^{11}\ \mathrm{s}}$

$\rightsquigarrow$ $\rho < 10^{-23}\ \Omega\,\mathrm{cm}$ $\rightsquigarrow$ $\tau \geq 10^{13}\ \mathrm{s} \sim 10^6$ év

Meissner-effektus

Meissner és Ochsenfeld, 1933

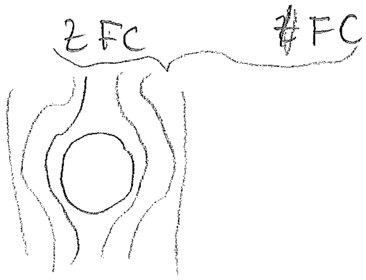


B_a "applied magnetic field"

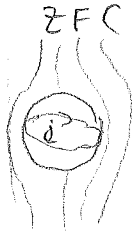
Erősebb tulajdonság, mint $\rho = 0$!

Szupravezető vs. $\rho=0$ tökéletes vezető

SC



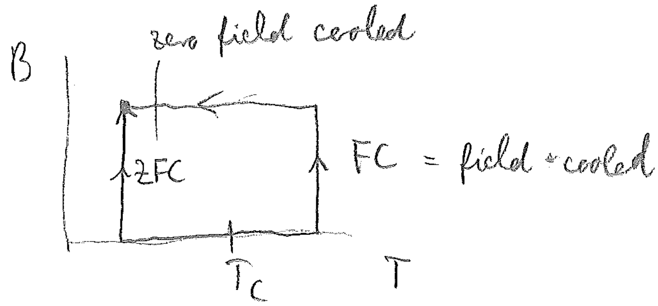
tökéletes vezető



$\frac{d\phi}{dt} \Rightarrow 0$ ⇝ indukált fesz.

⇝ ∞ nagy áram ⇝ $\phi \equiv 0$

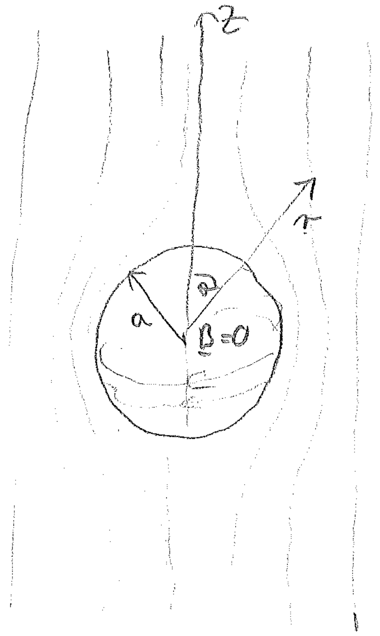
⇝ felületi áramsűrűség



~~A mágneses tér kiszorításának következménye : H_c~~

Mágneses tér a szupravezető körül

Pl. gömb.



$r>a$ gömbi polárkoordinátákban r, ϑ

Peremfeltételek

$r \to \infty \rightsquigarrow \underline{B} \to \underline{B}_a$

$r = a \rightarrow B_r = 0$ ∦B.

↑ normális komponens

$\underline{B} = \underline{B}_a = \text{const}$

$r>a \rightsquigarrow \quad \underline{\nabla} \cdot \underline{B} = \operatorname{rot} \underline{B} = 0 \quad \rightsquigarrow \quad \nabla^2 \underline{B} = 0 \qquad \underline{B} = -\nabla \phi$ potenciál.

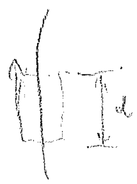
probléma $\qquad \nabla^2 \varphi = 0$

Megoldás: $$\underline{B} = \underline{B}_a + \frac{B_a a^3}{2} \underline{\nabla} \left(\frac{\cos\vartheta}{r^2} \right)$$

Gömb felületén: $$B_\vartheta \Big|_{r=a} = \frac{3}{2} B_a \sin\vartheta$$

$\vartheta = \frac{\pi}{2} \rightsquigarrow B_\vartheta = \frac{3}{2} B_a$

$\vartheta = 0 \rightsquigarrow B_\vartheta = 0$



Felületi áramsűrűség: $g_\varphi(\vartheta)$

$\oint \underline{B}\, d\underline{s} = \mu_0 I_f \neq$

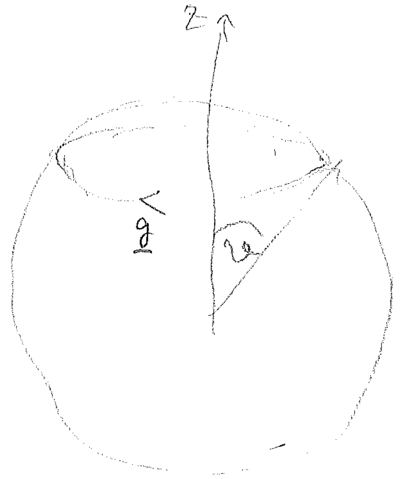
$B_\vartheta d = \mu_0 g_\varphi d$

egyenlítőn a legnagyobb

$$g_\varphi = \frac{1}{\mu_0} B_\vartheta = \frac{3 B_a}{2\mu_0} \sin\vartheta$$

vektoriálisan: $$\boxed{\underline{g} = \frac{1}{\mu_0} (\underline{n} \times \underline{B})}$$

Gömb mágneses momentuma



áram　　felület

$$d\mathcal{M} = dI\ A$$

$$d\mathcal{M} = \overbrace{a\,d\vartheta\,g_\varphi}^{dI}\ \overbrace{a^2\sin^2\vartheta\,\pi}^{A}$$

$$\mathcal{M} = a^3\pi\,\frac{3B_a}{2\mu_0}\overbrace{\int_0^\pi \sin^3\vartheta\,d\vartheta}^{4/3}$$

$$\int_0^\pi \sin^3\vartheta\,d\vartheta = \int_0^\pi \sin\vartheta\,(1-\cos^2\vartheta)\,d\vartheta = 2-\int_{-1}^{1}\cos^2\vartheta\,d(\cos\vartheta)$$

$$= 2-\frac{2}{3} = \frac{4}{3}$$

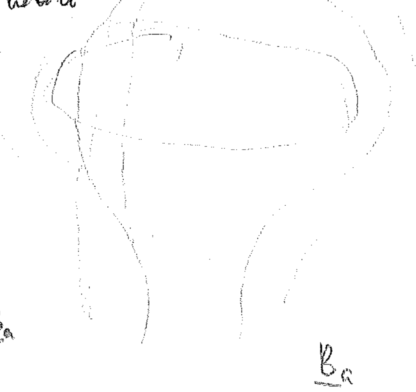
$$\boxed{\mathcal{M} = \frac{4}{3}a^3\pi\,\frac{3B_a}{2\mu_0} = \frac{3}{2\mu_0}VB_a}\qquad \underline{\mathcal{M}} = -\frac{3}{2\mu_0}V\underline{B}_a$$

J　　új lapon

Kitérő a lemágnesezési együtthatóról

$\frac{3}{2} = \frac{1}{1-n}$　　$n = \frac{1}{3}$ a gömb lemágnesezési együtthatója

Mágneses ellipszoid: lin. összefüggés $\underline{B}_a$, $\underline{B}$, $\underline{H}$ között (Landau VIII.)



$$(1-n)\mu_0\underline{H} + n\underline{B} = \underline{B}_a$$ vagy

lemágnesezési együttható

i együttható

$\underline{H}_a$　　$\mu\underline{H}_a = \underline{B}_a$

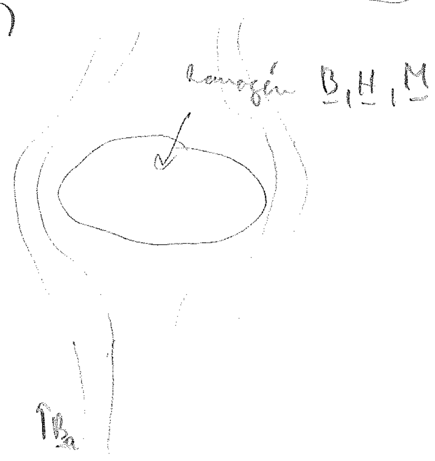
$$\underline{M} = \frac{1}{\mu_0}\underline{B} - \underline{H}\qquad \underline{\mathcal{M}} = \underline{M}V$$

$$\underline{M} = \chi\,\underline{H}$$

χ mágneses szuszceptibilitás

... $\underline{H}$-t és $\underline{M}$-et, mint fiktív segédmennyiséget a ... belsejében

Kitérő a lemágnesezési együtthatóról (Landau VIII.)



Mágneses ellipszoid $\underline{B}_a \parallel$ valamelyik főtengely

Lineáris összefüggés $\underline{B}_a$, $\underline{B}$, $\underline{H}$ között:

$$(*) \quad (1-n)\,\mu_0 \underline{H} + n\,\underline{B} = \underline{B}_a$$

lemágnesezési együttható

mágneses tér

e. térfogata

$$\underline{M} = \frac{1}{\mu_0}\underline{B} - \underline{H} \qquad \underline{\mathcal{M}} = \underline{M}V$$

Szükség van még egy összefüggésre, ez általában az $\underline{M}$ és $\underline{H}$ közötti összefüggés.

mágneses szuszceptibilitás

Lineáris közegben: $\underline{M} = \chi \underline{H}$

Szupravezetőben $\underline{B} = 0$ és nincs fizikai jelentése $\underline{H}$-nak és $\underline{M}$-nek.

Formálisan mégis bevezetjük.

ellipszoid belsejében semmi sem történik $\underline{B}_a$ hatására, mert a felületi áramok leárnyékolják

(*) -ból $\underline{B} = 0$ -val

$$\underline{H} = \frac{1}{\mu_0(1-n)}\underline{B}_a \qquad \underline{M} = \frac{1}{\mu_0}\underline{B} - \underline{H} = -\underline{H} = -\frac{1}{\mu_0(1-n)}\underline{B}_a$$

$$\boxed{\underline{\mathcal{M}} = \underline{M}V = -\frac{V}{\mu_0(1-n)}\underline{B}_a}$$

$\underline{M} = -\underline{H}$ és $\underline{M} = \chi \underline{H}$ összevetéséből $\chi = -1$

"a szupravezető ideális diamágnes"

Meglehetősen formális kijelentés, hiszen $\underline{M}$ és $\underline{H}$ csak matematikai segédmennyiségek, a szupravezető belsejében nincs mérhető fizikai változás.

A lemágnesezési együtthatók tulajdonságai

1.) Függ attól, hogy melyik főtengely mentén alkalmazzuk $\underline{B}_a$-t: n_x, n_y, n_z

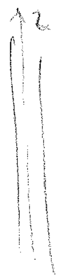
2.) $n_x + n_y + n_z = 1$

3.) Ha a z irányú c féltengely $c \to \infty$ rögzített a, b mellett $\rightsquigarrow n_z \to 0$

Következmények:

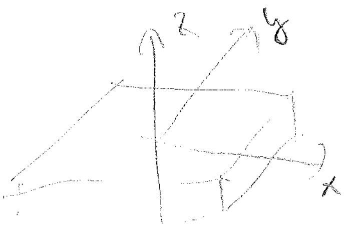
1.) Gömbre $n_x = n_y = n_z = n = \frac{1}{3}$ $\rightsquigarrow$ $\underline{M} = -\frac{V}{\mu_0(1-\frac{1}{3})}\underline{B}_a = -\frac{2V}{3\mu_0}\underline{B}_a$ ✓

2.) Végtelen körhengerre: $n_z = 0$, $n_x = n_y = \frac{1}{2}$



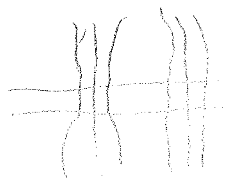
$\underline{B}_a \parallel z$-re, $\underline{M} = -\frac{V}{\mu_0}\underline{B}_a$ mert $1-n=1$

3.) Végtelen síkrétegre $n_x = n_y = 0$ $\rightsquigarrow$ $n_z = 1$



$\underline{B}_a \parallel \hat{z}$

$\underline{M} = -\frac{V}{\mu_0(1-n)}\underline{B}_a \to \infty$



← az indukcióvonalak nem tudják kikerülni a réteget