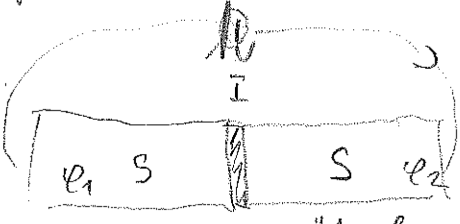
Josephson-effektus

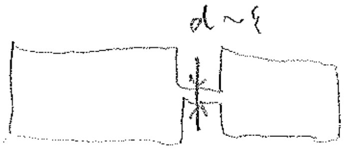
B. D. Josephson, 1962

Másik megvalósítás

(A)



"Josephson-átmenet"



Probléma: Cooper-párok alagutazása.

$$j = I = I(\varphi_2 - \varphi_1) = I(\Delta\varphi)$$ 2π szerint periodikus

Időtükrözésre: $I \to -I$ $\quad \Psi \to \Psi^*$ $\quad \to \Delta\varphi \to -\Delta\varphi$ $\quad I(\Delta\varphi)$ páratlan

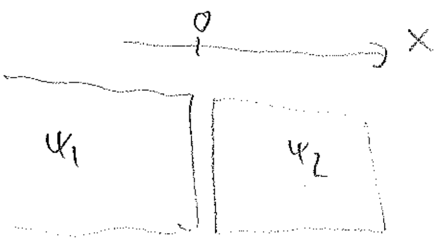
Direkt változata a $j \propto \nabla\varphi$ GL összefüggésnek

(J1) $$I_s = I_c \sin(\Delta\varphi)$$

szupraáram

(J2) $$\hbar \frac{d(\Delta\varphi)}{dt} = 2|e|V$$

$I(\Delta\varphi)$ meghatározása linearizált GL-elméletben: (Landau IX. 50. §)



Ha nincs csatolás a két szupravezető között → határfeltétel

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial \psi_1}{\partial x} - \frac{2ie}{\hbar} A_x \psi_1 = 0 \\ \frac{\partial \psi_2}{\partial x} - \frac{2ie}{\hbar} A_x \psi_2 = 0\end{aligned}\right\} \to j_x = 0$$

Véges ~~átmenő~~ alagutazási valószínűség esetén

← lineáris közelítés

$$\frac{\partial \psi_1}{\partial x} - \frac{2ie}{\hbar} A_x \psi_1 = \frac{\psi_2}{\lambda}$$

$$\frac{\partial \psi_2}{\partial x} - \frac{2ie}{\hbar} A_x \psi_2 = \frac{\psi_1}{\lambda}$$

~~$\frac{1}{\lambda}$ alagutazás~~

alagutazás valószínűsége $\propto \frac{1}{\lambda}$

Mágneses tér nélkül $(A=0)$:

$$j = -\frac{ie\hbar}{2m}\left(\psi_1^* \frac{\partial \psi_1}{\partial x} - \psi_1 \frac{\partial \psi_1^*}{\partial x}\right) = -\frac{ie\hbar}{4m\lambda}\left(\psi_1^*\psi_2 - \psi_1\psi_2^*\right)$$

$$= -\frac{ie\hbar}{2m\lambda}|\psi_\infty|^2\left(e^{i\Delta\varphi} - e^{-i\Delta\varphi}\right) = \frac{e\hbar}{2m\lambda}|\psi|^2 \sin\Delta\varphi$$

$$\psi_1 = \psi_\infty e^{i\varphi_1} \qquad \psi_2 = \psi_\infty e^{i\varphi_2}$$

$$j = j_c \sin\Delta\varphi \qquad j_c = \frac{e\hbar}{m\lambda}|\psi|^2 \propto 1-t$$

BCS elmélet szerint T_c-től távol is érvényes!

JJ levezetése mértékinvariancia segítségével

U potenciál $\quad \underline{E} = -\nabla U$

$$U \to U - \frac{\partial \chi(t)}{\partial t}$$

$$\varphi \to \varphi + \frac{2e}{\hbar}\chi(t)$$

$U=0$-ra $\quad \frac{\partial \varphi}{\partial t} = 0$

$$\downarrow$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{2e}{\hbar}V = 0$$

$V_{21} =$ const. (időfüggetlen)

$$\Delta\varphi = \varphi_0 + \frac{2|e|}{\hbar}Vt$$

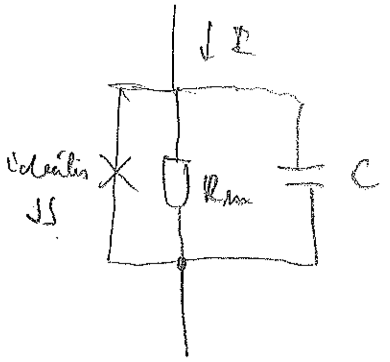
$$j = j_c \sin\left(\frac{2|e|}{\hbar}Vt + \varphi_c\right)$$

Normal $\quad j_c \propto A^{-1}$ keresztmetszet
$\quad I_c \propto \frac{1}{\lambda}$ alagutazási valószínűség $\Big\}$ ugyanúgy függ, mint ahogy normál ellenállás

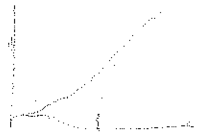
$\sim I_c R_n =$ const
$\uparrow$ csak T-től függ

~~Tz átmenet~~ Véges V-re véges kvázirészecske áram.

V(t)-re figyelembe kell venni az átmenet kapacitását



RCSJ-modell



R-et lineárisnak vesszük. (T_c közelében jó közelítés)

$$I = I_{c0} \sin \varphi + \frac{V}{R} + C\frac{dV}{dt}$$ $\forall e>0$

$\cancel{\frac{I}{I_{c0}}} =$

$$V = \frac{\hbar}{2e}\frac{d\varphi}{dt}$$

$$\frac{I}{I_{c0}} = \sin\varphi + \frac{\hbar}{2eRI_{c0}}\frac{d\varphi}{dt} + \frac{C\hbar}{2eI_{c0}}\frac{d^2\varphi}{dt^2}$$

$\omega_p^2 = \frac{2eI_{c0}}{C\hbar}$ Josephson plazma frekv.

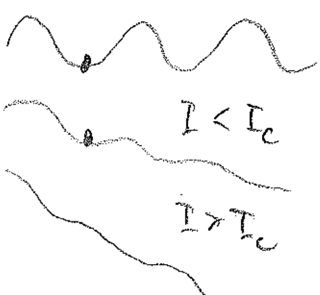
$Q = \omega_p RC$ jósági tényező

$t \to \cancel{\omega_0 t}\ \tau = \omega_p t$

$$\frac{d^2\varphi}{d\tau^2} + \frac{1}{Q}\frac{d\varphi}{d\tau} + \sin\varphi = \frac{I}{I_c}$$

Washboard-modell:

Túlcsillapított mozgás egy $U(\varphi) = -\cos\varphi - \frac{I}{I_c}\varphi$ potenciálban



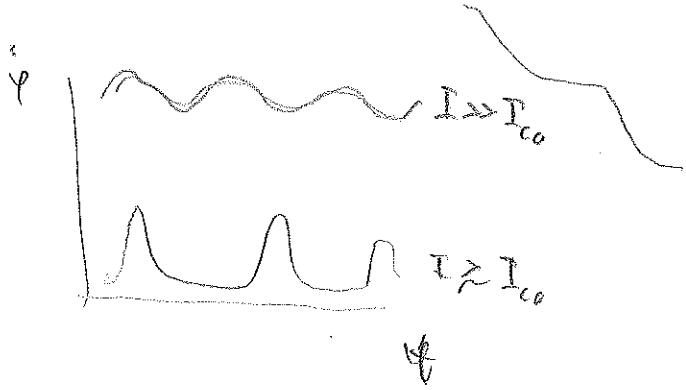
$Q \ll 1 \rightsquigarrow \frac{d^2\gamma}{d\tau^2}$-et elhagyjuk (túlcsillapított mozgás) RSJJ

↑ teljesül, ha C kicsi

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{2e I_{c0} R}{\hbar}\left(\frac{I}{I_{c0}} - \sin\varphi\right)$$

$I < I_{c0}$-nál $\varphi = \text{const.}$ megoldás

$I > I_{c0}$ $\quad \frac{d\varphi}{dt} > 0$

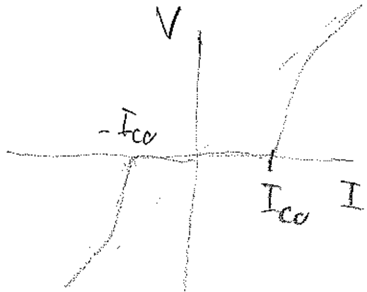


$$\int \frac{d\varphi}{a - b\sin\varphi} = dt$$

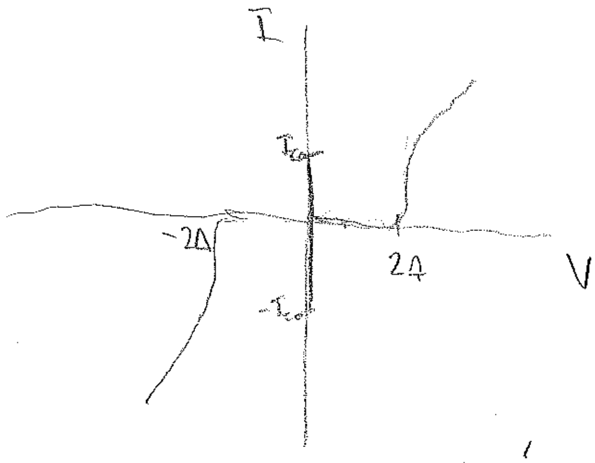
Periódus: $T = \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{a - b\sin\varphi} = \frac{2\pi}{\sqrt{a^2-b^2}} \rightsquigarrow \bar\omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{a^2-b^2} = \frac{2e}{\hbar} R\sqrt{I^2 - I_{c0}^2}$

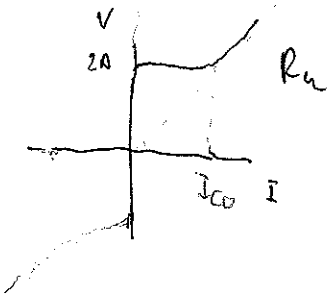
(J2) $\quad \hbar\bar\omega = 2e\bar V$

$$\boxed{\bar V = R\sqrt{I^2 - I_{c0}^2}}$$

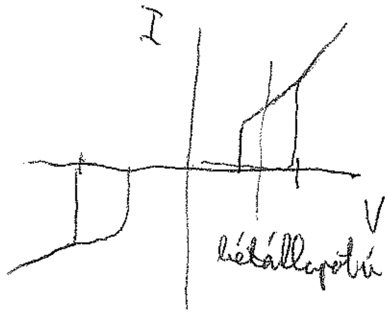


Ambegaokar





véges tehetetlenség (véges C)



kétállapotú rendszer ⇝ tranzisztor ⇝ josephson-elektronika ac Shapiro-lépcsők

„külső" mikrohullám frekvencia

$$V = V_0 + V_1 \cos \omega_1 t$$

$\omega_0, \omega_1 \sim$ interferencia

J.N. $\varphi(t) = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{2eV_1}{\hbar\omega_1} \sin \omega_1 t$ $\qquad \varphi = \varphi_0 + \frac{2e}{\hbar}\int_0^t V(t)\,dt,$

$\omega_0 = \frac{2eV_0}{\hbar}$ „saját" „belső" frekvencia $\qquad I_s = I_c \sin\left(\varphi_0 + \omega_0 t + \frac{2eV_1}{\hbar\omega_1}\sin\omega_1 t\right)$

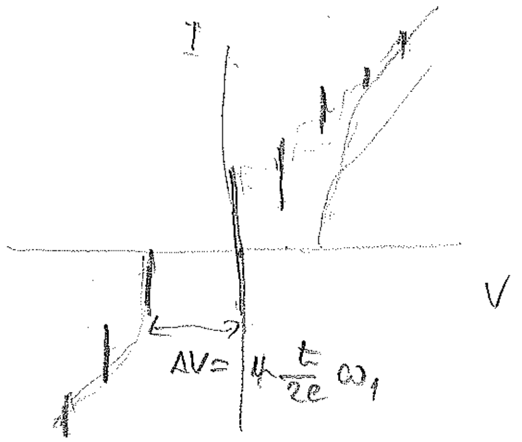
$$I_s = I_c \sum_n (-1)^n J_n\left(\frac{2eV_1}{\hbar\omega_1}\right) \sin(\varphi_0 + \omega_0 t - n\omega_1 t)$$

ha $\omega_0 - n\omega_1 \neq 0 \sim \bar{I}_s = 0$

$\omega_0 = n\omega_1 \sim \cancel{\sin\varphi_0} \neq 0 \quad \bar{I}_s \neq 0$

Véges dc áramot akkor kapunk, ha

$\omega_0 = n\omega_1 \qquad \frac{2eV_0}{\hbar} = n\omega_1 \qquad V_0 = n\frac{\hbar}{2e}\omega_1$



$\omega_1 = 2\pi \cdot 9{,}4\ \mathrm{GHz} \rightarrow \Delta V = 19\,\mu V$

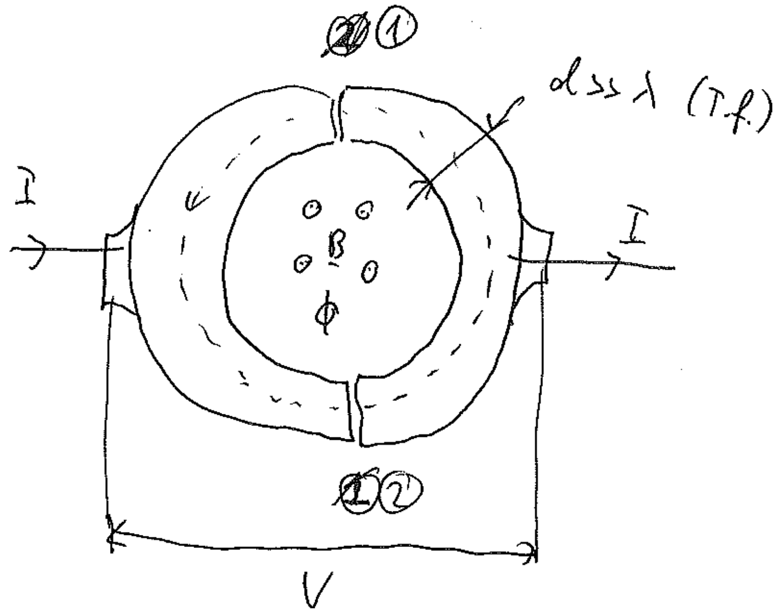
Feszültségmérést időmérésre vezettük vissza → feszültségstandard

SQUID

Superconducting Quantum Interference Device

Általában

$$\phi = \oint \underline{A}\, d\underline{s} = \frac{\phi_0}{2\pi} \int \nabla\varphi\, d\underline{s}$$



SQUID -re

$$\phi = \oint \underline{A}\, d\underline{s} = \frac{\phi_0}{2\pi} \int_{\text{supra}} \nabla\varphi\, ds + \int_{\text{junction}} \underline{A}\, ds$$

$$\cancel{\oint} \frac{\phi_0}{2\pi} \int_{\text{junc.}} \underline{A}\, ds = \underbrace{\Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_2}_{\text{fáziskülönbségek az átmeneteken}}$$

Szupravezető fázisa egyértékű:

$$\int_{\text{supra}} \nabla\varphi\, d\underline{s} + \overbrace{\Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_2}^{\text{∋ + körbejárásra fáziskülönbség az átmeneten}} = 0 \mod 2\pi$$

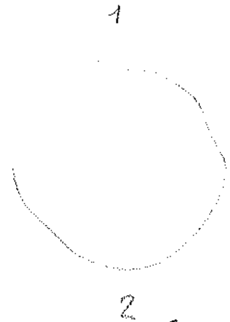
$$\underbrace{\begin{matrix} \Delta\varphi_1 & \Delta\varphi_2 \\ \rotatebox{90}{$=$} & \rotatebox{90}{$=$} \\ -\gamma_1 & +\gamma_2 \end{matrix}}_{\text{balról jobbra}}$$

$$\int \nabla\varphi\, d\underline{s} = \gamma_1 - \gamma_2 \mod 2\pi$$

$$2\pi \frac{\phi}{\phi_0} = \gamma_1 - \gamma_2 \mod 2\pi$$

Teljes áram balról jobbra:

$$I = I_1 + I_2 = I_c(\sin\gamma_1 + \sin\gamma_2)$$



Szupra belsejében:

$$\underline{j}_s = \frac{\hbar}{2m} n_s|\psi|^2 \left(\nabla\varphi - \frac{2\pi}{\Phi_0}\underline{A}\right) = 0$$

$$\rightsquigarrow \quad \underline{A} = \frac{\Phi_0}{2\pi}\nabla\varphi$$

c elhanyagoljuk vékony átmenetre

$$\phi = \oint \underline{A}\,d\underline{s} = \frac{\Phi_0}{2\pi}\int_{\text{szupra}} \nabla\varphi\, d\underline{s} + \cancel{\int_{\text{átm.}} \underline{A}\, d\underline{s}}$$

Másrészt:

$$\int_{sc}\nabla\varphi\, d\underline{s} + \overbrace{\underbrace{\Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_2}_{\text{fáziskülönbség az átmenetekben}}}^{\substack{\text{balról jobbra} \\ -\gamma_1 \quad +\gamma_2}} = 0 \quad \text{mod } 2\pi$$

$$\rightsquigarrow \int \nabla\varphi\cdot d\underline{s} = \gamma_1 - \gamma_2 \quad \text{mod } 2\pi$$

$$\phi = \frac{\Phi_0}{2\pi}(\gamma_1-\gamma_2) \quad \text{mod } 2\pi$$

(1) $\gamma_1 - \gamma_2 = 2\pi\frac{\phi}{\Phi_0}$ mod 2π

Teljes áram balról jobbra:

(2) $I = I_1 + I_2 = I_{c0}(\sin\gamma_1 + \sin\gamma_2)$

Max. áram: $\gamma_1 = \gamma_2 = \frac{\pi}{2}$ $\rightsquigarrow$ $I_c = 2 I_{c0}$

SQUID kritikus árama

(1) miatt csak akkor lehet, ha $2\pi\frac{\phi}{\Phi_0} = 0$ mod 2π $\quad \frac{\phi}{\Phi_0} \in \mathbb{Z}$

I ~~áltb~~

Max. áram: $\gamma_1 = \gamma_2 = \frac{\pi}{2}$ mod 2π $\quad I = 2I_c$

Ennek megfelelő fluxus $2\pi\frac{\phi}{\phi_0} = \gamma_1 - \gamma_2 = 0$ mod 2π $\rightsquigarrow \boxed{\phi = n\phi_0}$

Általános ϕ-re a legnagyobb szuperáram? $\quad \cancel{\gamma_2 = 2\pi\frac{\phi}{\phi_0} - \gamma_1}$

$\gamma_2 = \gamma_1 - 2\pi\frac{\phi}{\phi_0}$

$$I = I_c\left[\sin\gamma_1 + \sin\left(\cancel{2\pi\frac{\phi}{\phi_0} - \gamma_1}\right)\right] \quad \gamma_1 - 2\pi\frac{\phi}{\phi_0}$$

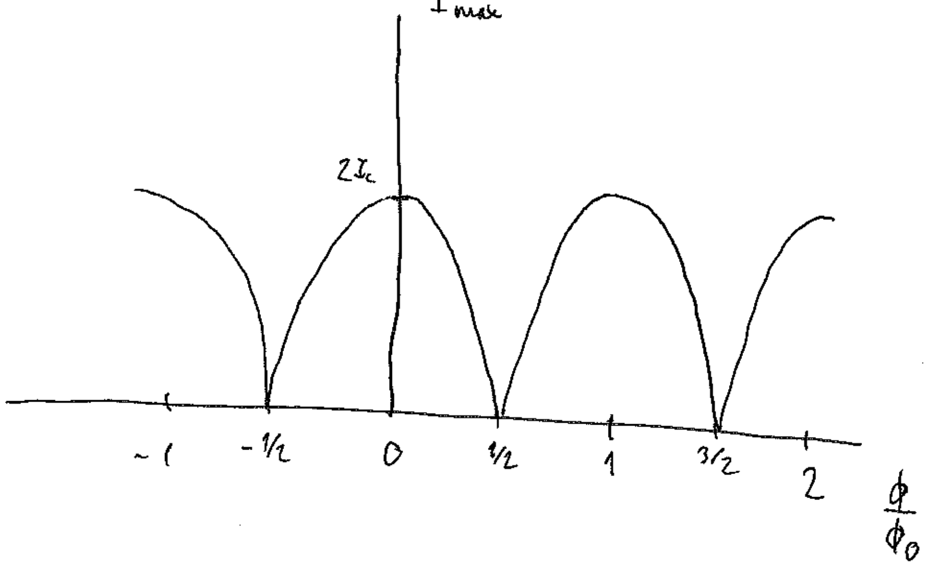
$$\frac{dI}{d\gamma_1} = I_c\left[\cos\gamma_1 + \cos\left(\gamma_1 - 2\pi\frac{\phi}{\phi_0}\right)\right] = 0$$

γ_1 és γ_2 $\frac{1}{2}\pi$-re szimmetrikusan helyezkednek el

$$\gamma_1 = \frac{1}{2}\pi + \pi\frac{\phi}{\phi_0}$$

$$\gamma_2 = \frac{1}{2}\pi - \pi\frac{\phi}{\phi_0}$$

$$I_{max} = 2I_c\left|\cos\left(\pi\frac{\phi}{\phi_0}\right)\right|$$

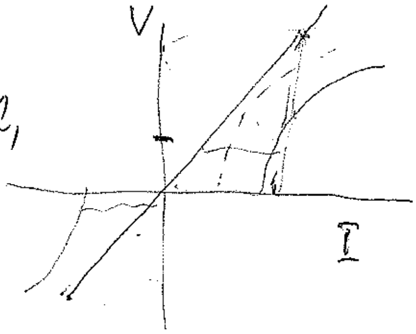


Úgy működik, mint egyetlen SJ, amelynek a kritikus áramát hangolhatjuk a mágneses térrel

I-V görbe:

$$V = \frac{R}{2}\left\{I^2 - \left[2I_c \cos\pi\frac{\phi}{\phi_0}\right]^2\right\}^{1/2}$$

V függ a mágneses fluxustól, a fluxuskvantum tört része a pontosság.



Alkalmazás: mágneses tér mérése
- geológiában
- magnetokardiográfia
- magnetoenkefalográfia
- mágnesezettség mérése
- SQUID elektronikában