

# Kvantum összefonódás 2012

## vizsga-tematika

Szalay Szilárd

2012. május 17.

A vizsgán az utolsó tételtől már nem kérdezek, annak az anyagának nagy része csak a „ráadás (fél)órán” hangzott el, a vége pedig még ott sem. Gyakorta találkozunk a klasszikus fogalmak kvantumos általánosításával. Noha egy tételnél e kettő közül csak az egyik változat szerepel, de a kapcsolatuk (párhuzamok, különbségek) ismerete minden tételnél fontos.

1. **Bevezetés – A kvantummechanika Neumann-féle axiómái.** (elég véges dimenzióra) Állapot (tiszta, kevert, szuperpozíció és keverék), obszervábilis, mérés (szelektív, nem-szelektív, „beugrás”, POVM, állapotok megkülönböztetése, unitér-szabadság), időfejlődés, összetett rendszer.
2. **Bevezetés – Fő példa: a feles spin.** Obszervábilis, spinor, tiszta és kevert állapot (Bloch gömb), spinforgatás, mérés.
3. **Alapozás – Konvex geometria összefoglaló.** Konvexitás és affin leképezés, kúp (részben-rendezés, duális kúp), extrém pontok, extrém sugarak, Minkowski, Carathéodory tételek, támogató hipersík (Hahn-Banach tétel egy formája), konvex függvények.
4. **Klasszikus eset – Diszkrét valószínűségeloszlások.** Tiszta (extrém), kevert, távolságok, normák, összetett eloszlás és marginális, majorálás, leképezések (sztochasztikus és bisztochasztikus leképezések, HLP és Horn lemma, Birkhoff tétel), Schur-konvexitás és Schur tétel.
5. **Klasszikus eset – Entrópiák.** Shannon entrópia és tulajdonságai, általánosított entrópiák (Rényi, Tsallis) és tulajdonságaik, relatív entrópia és tulajdonságai.
6. **Kvantum eset – Tiszta állapotok.** Valós és komplex projektív tér, Fubini-Study metrika, Wigner tétel.
7. **Kvantum eset – Kevert állapotok.** Kevert állapotok tere, általánosított Bloch-vektoros felírás, tiszta állapotok részhalmaza, Kadison tétel, „az állapottér alakja”, kevert állapot dekompozíciói (Schrödinger keverék tétele).

8. **Kvantum eset – Összetett rendszerek.** Tenzorszorzat, redukció, Schmidt-dekompozíció és purifikáció, Schrödinger keverék tétele innen nézve.
9. **Kvantum eset – Műveletek kvantumrendszereken.** Környezeti megközelítés (unitér transzformáció, segédrendszer, redukció, szelektív mérés), teljesen pozitív leképezések, (Jamiolkowski, Choi tételek és Kraus vagy Stinespring reprezentáció), trace-őrzés (kvantum-csatornák), egységőrzés (biztochasztikus leképezések, REF.), egy-qubit leképezések.
10. **Kvantum eset – Állapotok jellemzése.** Majorálás, (Kvantum-HLP lemma) kvantum-entrópiák (Neumann, kvantum-Rényi és kvantum-Tsallis entrópiák és tulajdonságaik) kvantum-relatív-entrópia és tulajdonságai.
11. **Kvantum összefonódás I. – Bevezetés.** Feles spinek összetett rendszere (beugrás), EPR-paradoxon, Bell (CHSH) egyenlőtlenség.
12. **Kvantum összefonódás II. – Két részrendszer tiszta állapotok.** Lokális unitér szabadság, két részrendszer tiszta állapotainak összefonódása (Schmidt-együtthatók, LU-orbitok, összefonódás néhány mértéke), két-qubit tiszta állapotok szemléltetése (ezt nem fogom kérdezni).
13. **Kvantum összefonódás III. – Műveletek összetett rendszereken.** Műveletek összetett rendszereken (LO, LOCC, SO), példa: teleportálás, LOCC-ra vett függvénytulajdonságok, két részrendszer tiszta állapotból tisztát LOCC-al (Nielsen tétele, LOCC ekvivalencia osztályozás), sztochasztikus műveletek összetett rendszereken (SLO, SLOCC, SSO), két részrendszer tiszta állapotból tisztát SLOCC-al (Vidal tétele, SLOCC ekvivalencia osztályozás, 2 és 3 qubit SLOCC osztályok).
14. **Kvantum összefonódás IV. – Kevert állapotok összefonódása.** Definíció és tulajdonságok, tanú operátorok, Bell-tanú, szeparabilitási kritériumok (pozitív leképezés kritérium, parciális transzponált kritérium, redukció kritérium, reshuffling kritérium (lehet, hogy ezt nem mondtam el, de jól rímel a parciális transzponált kritériumra), majorálási és entrópia kritériumok), összefonódási mértékek jó tulajdonságai, összefonódási mértékek (...).